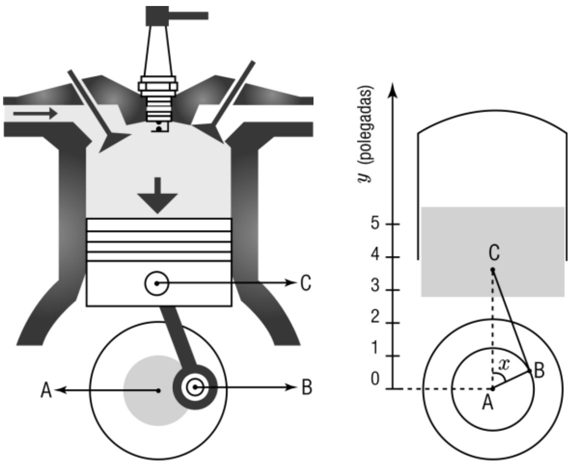
Lista de Matemática – ITA 2012
Trigonometria

01 - (UERJ/2010)

Observe abaixo a ilustração de um pistão e seu esquema no plano.



O pistão é ligado, por meio da haste BC, a um disco que gira em torno do centro A.

Considere que:

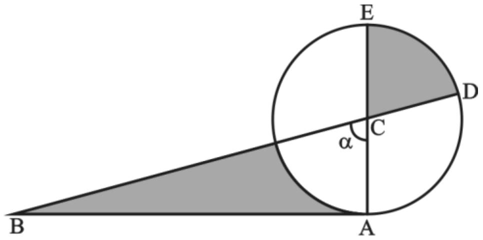
- o raio AB e a haste BC medem, respectivamente, 1 polegada e 4 polegadas;
- à medida que o disco gira, o pistão move-se verticalmente para cima ou para baixo, variando a distância AC e o ângulo $B\hat{A}C$.

Se a medida do ângulo $B\hat{A}C$ é dada por **x** radianos, a distância entre A e C, em polegadas, pode ser obtida pela seguinte equação:

a) y = 4 + sen(x)
b) y = 4 + cos(x)
c) $y = \text{sen}(x) + \sqrt{16 - \cos^2(x)}$
d) $y = \cos(x) + \sqrt{16 - \text{sen}^2(x)}$

02 - (UFSCar SP/2009)

Na figura indicada, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, C é o centro do círculo, $\overline{AB}$ tangencia o círculo no ponto A, os pontos B, C e D estão alinhados, assim como os pontos A, C e E.

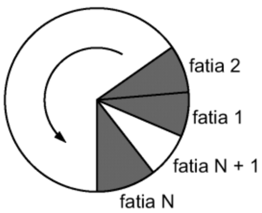


Uma condição necessária e suficiente para que as duas áreas sombreadas na figura sejam iguais é

a) ta *a* = *a*.
b) tg *a* = 2*a*.
c) tg *a* = 4*a*.
d) tg 2*a* = *a*.
e) $\text{tg}\frac{a}{2} = a$.

03 - (UFSCar SP/2005)

Uma pizza circular será fatiada, a partir do seu centro, em setores circulares. Se o arco de cada setor medir 0,8 radiano, obtém-se um número máximo N de fatias idênticas, sobrando, no final, uma fatia menor, que é indicada na figura por fatia N + 1.

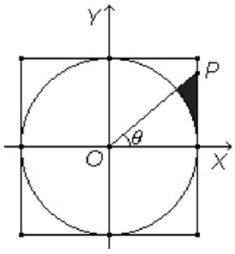


Considerando π = 3,14, o arco da fatia N + 1, em radiano, é

a) 0,74.
b) 0,72.
c) 0,68.
d) 0,56.
e) 0,34.

04 - (FURG RS/2005)

Na figura abaixo está sombreada a região compreendida entre o segmento OP, a circunferência de raio 1, centrada na origem, e o quadrado circunscrito a essa circunferência. Os lados do quadrado são paralelos aos eixos OX e OU. Considere que o segmento OP forma um ângulo θ com o eixo OX. Quando $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ a área A(θ) está representada na figura a seguir.



A área A(θ) da região sombreada em função do ângulo θ é dada por

a) $A(\theta) = \dfrac{tg\theta}{2} - \dfrac{\theta}{2}$

b) $A(\theta) = 1 - \dfrac{\theta}{2}$

c) $A(\theta) = \dfrac{tg\theta}{2} - \theta$

d) $A(\theta) = \dfrac{2\theta}{\pi}\left(1 - \dfrac{\theta}{2}\right)$

e) $A(\theta) = \theta(4 - \pi)$

05 - (UEM PR/2004)

Considere um ponto P(x, y) sobre a circunferência trigonométrica e que não esteja sobre nenhum dos eixos coordenados. Seja α o ângulo determinado pelo eixo OX e pela semi-reta OP, onde O é a origem do sistema. Nessas condições, assinale o que for correto.

01. A abscissa de P é menor do que cos(α).
02. A ordenada de P é igual a $sen(\alpha + \frac{\pi}{2})$.
04. A tangente de α é determinada pela razão entre a ordenada e a abscissa de P.
08. As coordenadas de P satisfazem à equação $x^2 + y^2 = 1$.
16. Se x = y, então cotg(α) = –1.
32. $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$ é o menor arco positivo para o qual a equação

$$\cos^2(\alpha+\pi) + sen^2(\alpha + \frac{\pi}{2}) = \cos^2(\alpha + \frac{\pi}{2}) + sen^2(\alpha + \pi)$$

é satisfeita.

64. sen(2α) = 2y.

06 - (ITA SP/2004)

Considerando as funções

$arc\,sen: [-1,+1] \to [-\pi/2,\ \pi/2]$ e $arc\cos: [-1,+1] \to [0,\ \pi]$, assinale o valor de

$$\cos\left(arcsen\frac{3}{5} + arccos\frac{4}{5}\right).$$

a) $\dfrac{6}{25}$

b) $\dfrac{7}{25}$

c) $\dfrac{1}{3}$

d) $\dfrac{2}{5}$

e) $\dfrac{5}{12}$

07 - (POLI SP)

Um homem inicia viagem quando os ponteiros do relógio estão juntos entre 8 e 9 horas; termina a viagem quando o ponteiro menor está entre 14 e 15 e o ponteiro maior a 180° do outro. Quanto tempo durou a viagem?

08 - (ITA SP/2010)

O valor da soma $\sum_{n=1}^{6} sen\left(\frac{2\alpha}{3^n}\right) sen\left(\frac{\alpha}{3^n}\right)$, para todo α ∈ R, é igual a

a) $\dfrac{1}{2}\left[\cos\left(\dfrac{\alpha}{729}\right) - \cos\alpha\right]$

b) $\dfrac{1}{2}\left[sen\left(\dfrac{\alpha}{243}\right) - sen\left(\dfrac{\alpha}{729}\right)\right]$

c) $\cos\left(\dfrac{\alpha}{243}\right) - \cos\left(\dfrac{\alpha}{729}\right)$

d) $\dfrac{1}{2}\left[\cos\left(\dfrac{\alpha}{729}\right) - \cos\left(\dfrac{\alpha}{243}\right)\right]$

e) $\cos\left(\dfrac{\alpha}{729}\right) - \cos\alpha$

09 - (IME RJ/2005)

Resolva a equação $2sen11x + \cos 3x + \sqrt{3}sen3x = 0$.

10 - (MACK SP/2002)

Se sen (x + π) = cos (π - x), então x pode ser:

a) π

b) $\dfrac{\pi}{2}$

c) $\dfrac{3\pi}{4}$

d) $\dfrac{5\pi}{4}$

e) $\dfrac{7\pi}{4}$

11 - (UNICAMP SP/2001)

Considere a equação trigonométrica $\operatorname{sen}^2\theta - 2\cos^2\theta + \frac{1}{2}\operatorname{sen} 2\theta = 0$

a) Mostre que não são soluções dessa equação os valores de θ para os quais $\cos\theta = 0$.
b) Encontre todos os valores de $\cos\theta$ que são soluções da equação.

12 - (UFOP MG/1997)
Seja séc x = -3 com $\pi < x < 3\pi/2$. O valor de S = 3 tg x + 6 cos x é:

a) $2(1-3\sqrt{2})$
b) $3(2\sqrt{2}-1)$
c) $2(3\sqrt{2}-1)$
d) $6\sqrt{2}+1$
e) $-6\sqrt{2}-2$

13 - (UNICAMP SP/1995)
Encontre todas as soluções do sistema: $\begin{cases}\operatorname{sen}(x+y)=0\\ \operatorname{sen}(x-y)=0\end{cases}$ que satisfaçam $0 \le x \le \pi$ e $0 \le y \le \pi$.

14 - (UFBA/2010)
Dadas as funções reais f(x) $\begin{cases}\operatorname{sen} x, 0 \le x < \frac{\pi}{2}\\ 1+\cos x, \frac{\pi}{2} \le x \le \pi\end{cases}$ e g(x) $\begin{cases} f\left(x+\frac{\pi}{2}\right), -\frac{\pi}{2} \le x < 0\\ 1+f\left(x+\frac{\pi}{2}\right), 0 \le x \le \frac{\pi}{2}\end{cases}$, determine x, pertencente ao intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$, tal que $[f(x)]^2 + g(x) - \frac{7}{4} = 0$.

15 - (UFPE/2010)
Quantas soluções a equação trigonométrica $\operatorname{sen} x = \sqrt{1-\cos x}$ admite, no intervalo $[0, 80\pi)$?

16 - (CEFET PR/2008)
Sendo $A = \sum_{k=1^\circ}^{179^\circ} \cos k \,(k \text{ em graus})$ e $B = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)\sec(-\pi)\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\pi$, então o valor da expressão A^B é:

a) $\frac{1}{2}$
b) $-\frac{1}{2}$
c) 0
d) ∞
e) 1

17 - (ITA SP/2008)
A soma de todas as soluções distintas da equação $\cos 3x + 2\cos 6x + \cos 9x = 0$, que estão no intervalo $0 \le x \le \pi/2$, é igual a

a) 2π
b) $\frac{23}{12}\pi$
c) $\frac{9}{6}\pi$
d) $\frac{7}{6}\pi$
e) $\frac{13}{12}\pi$

18 - (ITA SP/2008)
Sendo $[-\pi/2, \pi/2]$ o contradomínio da função arco-seno e $[0, \pi]$ o contradomínio da função arco-cosseno, assinale o valor de $\cos\left(\operatorname{arcsen}\frac{3}{5} + \arccos\frac{4}{5}\right)$.

a) $\frac{1}{\sqrt{12}}$
b) $\frac{7}{25}$
c) $\frac{4}{15}$
d) $\frac{1}{15}$
e) $\frac{1}{2\sqrt{5}}$

19 - (UPE/2008)
O professor de Matemática aplicou um problema-desafio para os alunos: No intervalo aberto $]0, 2\pi[$, quantas são as soluções da equação?

$$(1+\operatorname{sen}x)^5 - 5(1+\operatorname{sen}x)^4 + 10(1+\operatorname{sen}x)^3 - 10(1+\operatorname{sen}x)^2 + 5(1+\operatorname{sen}x) - 1 = \frac{1}{32}$$

Os alunos Júnior, Daniela, Eduarda, Rebeca e Dan resolveram e determinaram as soluções abaixo para o desafio. Qual delas é a CORRETA?

a) Júnior respondeu que o problema não tinha solução.
b) Daniela respondeu que o problema tinha uma única solução.
c) Eduarda respondeu que o problema tinha duas soluções.
d) Rebeca respondeu que o problema tinha três soluções.
e) Dan respondeu que o problema tinha 4 e somente 4 soluções.

20 - (UEPB/2007)

Obtemos o maior valor da expressão [6 + sen(– x)], com $0 \le x \le 2\pi$, se x for igual a:

a) $\frac{3\pi}{2}$

b) $\frac{\pi}{2}$

c) $\frac{\pi}{6}$

d) $\frac{2\pi}{3}$

e) $\frac{\pi}{4}$

21 - (ITA SP/2007)

Seja *x* um número real no intervalo $0 < x < \pi/2$. Assinale a opção que indica o comprimento do menor intervalo que contém todas as soluções da desigualdade $\frac{1}{2}\text{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sqrt{3}\left(\cos^2\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right)\sec(x) \ge 0$

a) $\pi/2$

b) $\pi/3$

c) $\pi/4$

d) $\pi/6$

e) $\pi/12$

22 - (IME RJ/2007)

Resolva a equação $\log_{(\text{sen}\, x + \cos x)}(1 + \text{sen}\, 2x) = 2, x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

23 - (ITA SP/2006)

Determine para quais valores de $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ vale a desigualdade $\log_{\cos x}(4\text{sen}^2 x - 1) - \log_{\cos x}(4 - \sec^2 x) > 2$.

24 - (ITA SP/2005)

O intervalo I ⊂ R que contém todas as soluções da inequação $\arctan\frac{1+x}{2} + \arctan\frac{1-x}{2} \ge \frac{\pi}{6}$ é:

a) [–1, 4].

b) [–3, 1].

c) [–2, 3].

d) [0, 5].

e) [4, 6].

25 - (ITA SP/2005)

Obtenha todos os pares (x, y), com x, y ∈ [0, 2π], tais que

sen (x + y) + sen (x – y) = $\frac{1}{2}$

sen x + cos y = 1

26 - (IME RJ/2003)

Resolva a equação tg a + tg(2a) = 2 tg(3a), sabendo-se que a ∈ [0, π/2).

27 - (ITA SP/2003)

Encontre todos os valores de $a \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ para os quais a equação na variável real x, $\text{arctg}\left(\sqrt{2} - 1 + \frac{e^x}{2}\right) + \text{arctg}\left(\sqrt{2} - 1 - \frac{e^x}{2}\right) = a$, admite solução.

28 - (UFU MG/1999)

A área da região do primeiro quadrante delimita pelas retas, que são soluções da equação cos(x + y) = 0, com $0 \le x + y \le 2\pi$, é igual a

a) π^2 unidades de área

b) $4\pi^2$ unidades de área

c) $3\pi^2$ unidades de área

d) $8\pi^2$ unidades de área

e) $2\pi^2$ unidades de área.

29 - (ITA SP/2009)

A expressão

$$\frac{2\left[\text{sen}\left(x + \frac{11}{2}\pi\right) + \text{cotg}^2 x\right]\text{tg}\frac{x}{2}}{1 + \text{tg}^2\frac{x}{2}}$$

é equivalente a

a) $[\cos x - \text{sen}^2 x]\text{cotg}\, x$

b) $[\text{sen}\, x + \cos x]\text{tg}\, x$

c) $[\cos^2 x - \text{sen} x]\text{cotg}^2 x$

d) $[1 - \text{cotg}^2 x]\text{sen}\, x$

e) $[1 + \text{cotg}^2 x][\text{sen}\, x + \cos x]$

30 - (UNIFOR CE/2010)

Sejam x = sen^{2}t e y = cos^{2}t. Quando t percorre o conjunto dos números, os pontos de coordenadas (x, y) descrevem:

a) uma circunferência

b) um círculo

c) uma parábola

d) uma reta

e) um segmento de reta

31 - (ITA SP/2010)

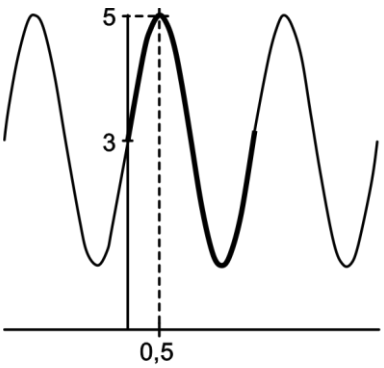
A equação em x,

$$\text{arctg}(e^x + 2) - \text{arc cotg}\left(\frac{e^x}{e^{2x} - 1}\right) = \frac{\pi}{4},\ x \in R\backslash\{0\},$$

a) admite infinitas soluções, todas positivas.
b) admite uma única solução, e esta é positiva.
c) admite três soluções que se encontram no intervalo $\left]-\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right[$.
d) admite apenas soluções negativas.
e) não admite solução.

32 - (UFPE/2009)

A ilustração a seguir é parte do gráfico da função $y = a.\text{sen}(b\pi x) + c$, com a, b e c sendo constantes reais. A função tem período 2 e passa pelos pontos com coordenadas (0,3) e (1/2,5).



Determine a, b e c e indique $(a + b + c)^2$.

33 - (UFTM/2009)

Se α é um número real, tal que $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ e $\log_2(\text{sen}\,\alpha) - \log_2(\cos\alpha) = \frac{1}{2}$, então o valor de $\text{sen}\,\alpha$ é igual a

a) $\frac{\sqrt{7}}{5}$.
b) $\frac{\sqrt{2}}{4}$.
c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.
d) $\frac{\sqrt{5}}{3}$.
e) $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

34 - (UNISA SP/2009)

Seja

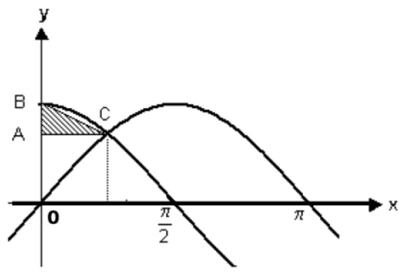
$$S = \log(\text{tg}1^\circ) + \log(\text{tg}2^\circ) + \log(\text{tg}3^\circ) + \ldots + \log(\text{tg}88^\circ) + \log(\text{tg}89^\circ).$$

Calculando a soma, S é igual a

a) 0
b) $\frac{1}{2}\log\sqrt{3}$
c) $\frac{1}{2}\log 2$
d) $\frac{1}{2}$
e) 1

35 - (ESPCEX/2009)

As funções y = sen x e y = cos x estão representadas no gráfico abaixo. Então, a medida da área do triângulo retângulo definido pelos segmentos retilíneos AB, BC e AC é:



Desenho fora de escala

a) $\frac{\pi}{8}\cdot(2 - \sqrt{2})$
b) $\frac{\pi}{8}$
c) $\frac{\pi}{16}\cdot(2 - \sqrt{2})$
d) $\frac{\pi\sqrt{2}}{16}$
e) $\frac{\pi}{16}\cdot(1 - \sqrt{2})$

36 - (UPE/2009)

Analise as proposições e conclua.

00. Se $f(\theta) = \text{tg}(\theta)$, então $f(2\theta) = \frac{2f(\theta)}{1 - [f(\theta)]^2}$

01. Se $f(x) = \text{arc}\cos(\log_2 x)$ então $f(\frac{1}{2}) = \pi$

02. A função $f(x) = \frac{1}{2}[\text{sen}\,x + \text{sen}(-x)]$ é ímpar.

03. $\frac{\text{sen}^3\theta + \cos^3\theta}{\text{sen}\theta + \cos\theta} = 1 - \cos\theta\,\text{sen}\theta$

04. A expressão $\text{arcsen}1 + \text{arccos}1 = \frac{\pi}{2}$

37 - (UFU MG/2008)

A cada valor atribuído ao número real α, considere a parábola obtida por meio da equação cartesiana $y = x^2 - 2x\cos(\alpha) + \mathrm{sen}^2(\alpha)$. Dessa forma, pode-se afirmar que, à medida que α varia, os vértices das parábolas assim obtidas descrevem um arco de parábola de equação

a) $y = -2x^2 - 2$
b) $y = -2x^2 + 1$
c) $y = -x^2 - 1$
d) $y = -x^2 - 2$

38 - (UFU MG/2008)

Sejam os conjuntos $B = \{(x, y) \in R^2 \text{ tal que } x^2 + y^2 \le 9 \text{ e } y \le x^2 - x - 2\}$ e $A = \{x \in R \text{ tal que } (x,0) \in B\}$.

Considere $f: A \to R$, função real de variável real, definida por $f(x) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right), \text{se } x < 0 \\ 2 - x, \text{ se } x \ge 0 \end{cases}$

Calcule qual é o maior valor possível para $f(x), x \in A$.

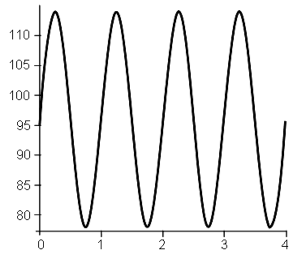
39 - (UFPE/2008)

Admita que a pressão arterial P(t) de uma pessoa no instante t, medido em segundos, seja dada por

$P(t) = 96 + 18\cos(2\pi t), t \ge 0$

Considerando esses dados, analise a veracidade das seguintes afirmações.

00. O valor máximo da pressão arterial da pessoa é 114.
01. O valor mínimo da pressão arterial da pessoa é 78.
02. A pressão arterial da pessoa se repete a cada segundo, ou seja, $P(t + 1) = P(t)$, para todo $t \ge 0$.
03. Quando t = 1/3 de segundo, temos $P(1/3) = 105$.
04. O gráfico de P(t) para $0 \le t \le 4$ é



40 - (UFC CE/2007)

Seja $f: R \to R$ a função dada por f(x) = 2 sen x + cos(2x). Calcule os valores máximo e mínimo de *f*, bem como os números reais *x* para os quais f assume tais valores.

41 - (ITA SP/2006)

Seja $f: R \to R$ definida por $f(x) = \sqrt{77}\,\mathrm{sen}[5(x + \pi/6)]$ e seja B o conjunto dado por $B = \{x \in R : f(x) = 0\}$. Se m é o maior elemento de $B \cap (-\infty, 0)$ e n é o menor elemento de $B \cap (0, +\infty)$, então $m + n$ é igual a

a) $2\pi/15$
b) $\pi/15$
c) $-\pi/30$
d) $-\pi/15$
e) $-2\pi/15$

42 - (ITA SP)

Transformar 12° em radianos.

43 - (ITA SP/2008)

O conjunto imagem e o período de $f(x) = 2\mathrm{sen}^2(3x) + \mathrm{sen}(6x) - 1$ são, respectivamente,

a) $[-3, 3]$ e 2π
b) $[-2, 2]$ e $\frac{2\pi}{3}$
c) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ e $\frac{\pi}{3}$
d) $[-1, 3]$ e $\frac{\pi}{3}$
e) $[-1, 3]$ e $\frac{2\pi}{3}$

44 - (ITA SP/2008)

Determine todos os valores $\alpha \in \left]\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ tais que a equação (em x) $x^4 - 2\sqrt[4]{3}\,x^2 + \mathrm{tg}\,\alpha = 0$ admita apenas raízes reais simples.

45 - (ITA SP/2006)

O Conjunto solução de $(\mathrm{tg}^2 x - 1)(1 - \mathrm{cotg}^2 x) = 4$, $x \ne k\pi/2$, $k \in Z$, é

a) $\left\{\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{4}, k \in Z\right\}$
b) $\left\{\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{4}, k \in Z\right\}$
c) $\left\{\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{4}, k \in Z\right\}$
d) $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}, k \in Z\right\}$
e) $\left\{\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4}, k \in Z\right\}$

46 - (ITA SP/1993)

O conjunto das soluções da equação: sen5x = cos3x, contém o seguinte conjunto:

a) $\left\{\frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{5}, k \in Z\right\}$

b) $\left\{\frac{\pi}{16}+k\frac{\pi}{3}, k \in Z\right\}$

c) $\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{3}, k \in Z\right\}$

d) $\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}, k \in Z\right\}$

e) $\left\{\frac{\pi}{4}+2k\pi, k \in Z\right\}$

47 - (ITA SP/2003)

Para todo x ∈ R, a expressão
$[\cos(2x)]^2[\text{sen}(2x)]^2\text{sen } x$
é igual a:

a) 2^{-4} [sen(2x) + sen(5x) + sen(7x)].
b) 2^{-4} [2 sen x + sen(7x) – sen (9x)].
c) 2^{-4} [–sen(2x) – sen(3x) + sen(7x)].
d) 2^{-4} [–sen x + 2 sen(5x) – sen(9x)].
e) 2^{-4} [sen x + 2 sen(3x) + sen (5x)].

48 - (ITA SP/2002)

Seja f : R → P(R) dada por f (x) = {y ∈ ⍰R ; sen y < x}. Se A é tal que f (x) = R, ⍰⍰x ∈ ⍰A, então
a) A = [–1, 1].
b) A = [a, ∞) , ⍰⍰a > 1.
c) A = [a, ∞) , ⍰⍰a ≥ ⍰1.
d) A = (– ∞, a], ⍰⍰a < –1.
e) A = (– ∞, a] , ⍰⍰a ≤ ⍰–1.

49 - (ITA SP/2002)

Sejam f e g duas funções definidas por $f(x)=\left(\sqrt{2}\right)^{3\,\text{sen}\,x-1}$ e $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{3\,\text{sen}^2 x-1}$, x ∈ R . A soma do valor mínimo de f com o valor mínimo de g é igual a
a) 0
b) $-\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{2}$
e) 1

50 - (ITA SP/1997)

Seja n ∈ N com n > 1 fixado. Considere o conjunto

$$A=\left\{\frac{P}{q} : p, q \in Z \text{ e } 0<q<n\right\}.$$

Definimos f: R → R por f(x) = $[\cos(n!\,\pi x)]^{2n}$.
Se f(A) denota a imagem do conjunto A pela função f, então:
a) f(A) =]1, 1[
b) f(A) = [0, 1]
c) f(A) = {1}
d) f(A) = {0}
e) f(A) = {0,1}

51 - (ITA SP/1997)

Seja S o conjunto de todas as soluções reais da equação $\sec\left[\text{arctg}\,\frac{1}{1+e^x}-\text{arctg}\,(1-e^x)\right]=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Então:
a) S = ∅
b) S = R
c) S ⊂ [1, 2]
d) S ⊂ [-1, 1]
e) S = [-1, 2[

52 - (ITA SP/1991)

Se **a** ∈ R com **a > 0** e $\text{arc sen}=\frac{a-1}{a+1}$ está no primeiro quadrante, então o valor de $\text{tg}\left(\text{arc sen}\,\frac{a-1}{a+1}+\text{arc tg}\,\frac{1}{2\sqrt{a}}\right)$ é:

a) $\frac{a+1}{2\sqrt{a}}$

b) $\frac{a\sqrt{a}}{3a+1}$

c) $\frac{2a\sqrt{a}}{3a+1}$

d) $\frac{2a}{3a+1}$

e) n.d.a.

53 - (ITA SP/1993)

Num triângulo ABC retângulo em A, seja D a projeção de A sobre BC. Sabendo-se que o segmento BD mede ***l*** cm e que o ângulo DÂC mede θ graus então a área do triângulo ABC vale:

a) $\frac{l^2}{2}\sec\theta\,\text{tg}\theta$

b) $\frac{l^2}{2}\sec^2\theta\,\text{tg}\theta$

c) $\frac{l^2}{2}\sec\theta\,\text{tg}^2\theta$

d) $\frac{l^2}{2}\text{cossec}\,\theta\,\text{cotg}\theta$

e) $\frac{l^2}{2}\text{cossec}^2\theta\,\text{cotg}\theta$

54 - (ITA SP/2010)

Se os números reais α e β, com $\alpha+\beta=\frac{4\pi}{3}$, $0\le\alpha\le\beta$, maximizam a soma $\text{sen}\alpha+\text{sen}\beta$, então α é igual a

a) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$

b) $\frac{2\pi}{3}$
c) $\frac{3\pi}{5}$
d) $\frac{5\pi}{8}$
e) $\frac{7\pi}{12}$

55 - (ITA SP/2007)
Assinale a opção que indica a soma dos elementos de $A \cup B$, sendo:

$A = \left\{ x_k = \text{sen}^2\left(\frac{k^2\pi}{24}\right) : k = 1,2 \right\}$ e

$B = \left\{ y_k = \text{sen}^2\left(\frac{(3k+5)\pi}{24}\right) : k = 1,2 \right\}$

a) 0
b) 1
c) 2
d) $(2-\sqrt{2+\sqrt{3}})/3$
e) $(2+\sqrt{2-\sqrt{3}})/3$

56 - (ITA SP/2004)
Prove que, se os ângulos internos α, β e γ de um triângulo satisfazem a equação
$\text{sen}(3\alpha) + \text{sen}(3\beta) + \text{sen}(3\gamma) = 0$,
então, pelo menos, um dos três ângulos α, β ou γ é igual a 60°.

57 - (ITA SP/1994)
A expressão trigonométrica $\frac{1}{(\cos^2 x - \text{sen}^2 x)^2} - \frac{4\,\text{tg}^2 x}{(1-\text{tg}^2 x)^2}$ para $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, $x \neq \frac{\pi}{4}$, é igual a:
a) sen (2x)
b) cos (2x)
c) 1
d) 0
e) sec (x)

58 - (ITA SP/1993)
A diagonal menor de um paralelogramo divide um dos ângulos internos em dois outros, um α e o outro 2α. A razão entre o lado menor e o maior do paralelogramo, é:
a) $1/\cos 2\alpha$
b) $1/\text{sen}2\alpha$
c) $1/(2\text{sen}\alpha)$
d) $1/(2\cos\alpha)$
e) $\text{tg}\alpha$

59 - (ITA SP/1990)
Sejam **a** e **b** constantes reais positivas. Considere $x = a^2 \text{ tg } t + 1$ e $y^2 = b^2 \sec^2 t - b^2$ onde $0 \le t < \frac{\pi}{2}$. Então uma relação entre x e y é dada por:
a) $y = \frac{b}{a}(x-1)^2$, $x \ge a$
b) $y = \frac{b^2}{a^4}(x-1)^2$, $x \ge 1$
c) $y = \frac{b}{a^2}(x-1)$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$.
d) $y = \frac{-b}{a^2}(x-1)$, $x \ge 1$
e) $y = \frac{a^2}{b^4}(x-1)$, $x \le 1$

60 - (ITA SP/2002)
Se x, y e z são ângulos internos de um triângulo ABC e $\text{sen}\, x = \frac{\text{sen}\, y + \text{sen}\, z}{\cos y + \cos z}$, prove que o triângulo ABC é retângulo.

61 - (ITA SP/1994)
Um triângulo ABC, retângulo em A, possui área S. Se x = ABC e **r** é o raio da circunferência circunscrita a este triângulo, então:
a) $S = r^2 \cos(2x)$
b) $S = r^2 \text{sen}(2x)$
c) $S = \frac{1}{2} r^2 \text{sen}(2x)$
d) $S = \frac{1}{2} r^2 \cos^2 x$
e) $S = \frac{1}{2} r^2 \text{sen}^2 x$

62 - (ITA SP/1992)
Sabendo-se que x e y são ângulos do primeiro quadrante tais que $\cos x = \frac{5}{6}$ e $\cos y = \frac{4}{5}$, então se $\alpha = x - y$ e $T = \sqrt{\frac{1-\text{tg}^2\alpha}{1+\text{tg}^2\alpha} + \text{sen}^2\alpha}$, temos:
a) α está no 4º quadrante e $T = \frac{2}{3}$.
b) α está no 1º quadrante e $T = \frac{2}{3}$.
c) α está no 1º quadrante e $T = \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{11}}{10}$.
d) α está no 4º quadrante e $T = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{11}}{10}$.
e) n.d.a.

63 - (ITA SP/1990)

Sabendo-se que θ é um ângulo tal que 2sen (θ - 60°) = cos (θ + 60°) então tg θ é um número da forma $a+b\sqrt{3}$ onde:

a) **a** e **b** são reais negativos.
b) **a** e **b** são inteiros.
c) a + b = 1.
d) **a** e **b** são pares.
e) $a^2 + b^2 = 1$.

GABARITO:

1) Gab: D

2) Gab: B

3) Gab: C

4) Gab: A

5) Gab: 44

6) Gab: B

7) Gab: 6 horas

8) Gab: A

9) Gab: $S=\left\{x\in R \mid x=\frac{-\pi}{84}+\frac{k\pi}{7}\ \text{ou}\ x=\frac{-5\pi}{48}-\frac{k\pi}{4}, k\in Z\right\}$

10) Gab: D

11) Gab:
a) Observa-se que os valores de θ para os quais cos θ = 0 não são soluções da equação dada.
b) Os valores de cos θ que são soluções da equação dada são $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}, \pm\frac{\sqrt{5}}{5}$

12) Gab: C

13) Gab: as soluções são pares (0,0), (0, π), (π,0) , (π, π) , (π/2, π/2)

14) Gab: x = $\frac{\pi}{6}$

15) Gab: 80

16) Gab: C

17) Gab: E

18) Gab: B

19) Gab: C

20) Gab: A

21) Gab: D

22) Gab: $S=\left(-\frac{\pi}{4},0\right)\cup\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

23) Gab: $V=\left]-\frac{\pi}{4};-\frac{\pi}{6}\right[\cup\left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{4}\right[$

24) Gab: C

25) Gab: (π/6; π/3); (π/6; 5π/3); (5π/6; π/3); (5π/6; 5π/3)

26) Gab: $S=\left\{0,\frac{\pi}{3}\right\}$

27) Gab: 0 < tg a < 1 $\Leftrightarrow$ 0 < a < $\frac{\pi}{4}$

28) Gab: A

29) Gab: A

30) Gab: E

31) Gab: B

32) Gab:
36

33) Gab: E

34) Gab: A

35) Gab: C

36) Gab: VVVVV

37) Gab: B

38) Gab:
$\frac{1}{2}=f(-1)$

39) Gab: VVVFF

40) Gab:
valor máximo de *f* é g(1/2) = 3/2, obtido quando sen x = 1 / 2, quer dizer, quando $x=\frac{\pi}{2}\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi$, onde k $\in$ z.
valor mínimo de *f* é o menor dentre os números g($-$1)= $-$3 e g(1) = 1; assim, o valor mínimo de *f* é $-$3, obtido quando sen *x*= $-$1, quer dizer, quando $x=\frac{3\pi}{2}+2k\pi$, onde k $\in$ Z.

41) Gab: E

42) Gab: 0,209 rad

43) Gab: C

44) Gab:

Para $\alpha \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$, $0 < \text{tg}\alpha < \sqrt{3} \Leftrightarrow 0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$

45) Gab: D

46) Gab: E

47) Gab: B

48) Gab: B

49) Gab: D

50) Gab: C

51) Gab: D

52) Gab: C

53) Gab: B

54) Gab: B

55) Gab: C

56) Gab: demonstração

57) Gab: C

58) Gab: D

59) Gab: D

60) Gab:
Se x, y e z são as medidas dos ângulos internos de um triângulo ABC, então: x + y + z = π → y + z = π – x →
$\frac{y+z}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}$.

Se $\text{sen}\,x = \frac{\text{sen}\,y + \text{sen}\,z}{\cos y + \cos z}$, então:

$$2.\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{2.\text{sen}\left(\frac{y+z}{2}\right)\cos\left(\frac{y+z}{2}\right)}{2.\cos\left(\frac{y+z}{2}\right)\cos\left(\frac{y+z}{2}\right)} \rightarrow$$

$$2.\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{x}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{x}{2}\right)} \rightarrow 2.\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)} \rightarrow$$

$$2.\text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right) - \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 0 \rightarrow \cos\left(\frac{x}{2}\right)\left[2.\text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1\right] = 0 \rightarrow$$

$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = 0$ ou $\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right) = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Como: 0 < x < π, então tem-se finalmente:

$\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{\pi}{2}$

∴ ΔABC é retângulo.

61) Gab: B

62) Gab: C

63) Gab: B

Elaborado por:
Alex Pereira Bezerra (alexmatematica1234@gmail.com)

Diagramado por:
Jülio Sousa (contatos@rumoaoita.com)