



Comentários

- Esses são apenas alguns exemplos de desigualdades, sendo que em geral são suficientes para resolver as questões do ITA e do IME;
- por mais abrangente que a aula sobre esse tema, sempre será necessário criatividade;
- o tópico mais importante com certeza é a desigualdade das médias, por ser utilizado com maior frequência;
- as demonstrações foram colocadas não apenas pelo rigor matemático, mas sim para termos uma visão das idéias que serão necessárias para resolver os problemas. Entenda como foram feitas as demonstrações acima, para aproveitar as idéias em exercícios posteriores;
- nem todas as questões propostas abaixo exigem a utilização das desigualdades mostradas nesse artigo. Em alguns casos é necessário apenas o conhecimento dos axiomas e um pouco de manipulação algébrica.

Problemas

1. Prove que $\frac{a^2 + 2}{\sqrt{a^2 + 1}} \geq 2$.
2. Seja $n \in \mathbb{N}^*$, prove que $n! \leq \left(\frac{n+1}{2}\right)^n$
3. Calcule o valor mínimo de $x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz$.
4. (ITA) Para todo $x \geq 1$ e $n \in \mathbb{N}$, vale a desigualdade de $x^n > n(x-1)$, temos como consequência que, para $0 < x < 1$ e $n \in \mathbb{N}$, tem-se:
 - a) $x^{n-1} < [n(x+1)]^{-1}$
 - b) $x^{n-1} < [(n+1)(x+1)]^{-1}$
 - c) $x^{n-1} < [n^2(1-x)]^{-1}$
 - d) $x^{n-1} < [(n+1)(1-x)]^{-1}$
 - e) $x^{n-1} < [n(1-x)]^{-1}$
5. Resolva em $\mathbb{R}$:
$$\begin{cases} \frac{2x^2}{1+x^2} = y \\ \frac{2y^2}{1+y^2} = z \\ \frac{2z^2}{1+z^2} = x \end{cases}$$
6. (ITA-2005) Encontre o menor inteiro positivo n para o qual a diferença $\sqrt{n} - \sqrt{n-1}$ fica menor que 0,01.



7. (IME-2002) a) Sejam x, y e z números reais positivos. Prove que: $\frac{x+y+z}{3} \geq \sqrt[3]{xyz}$.
- b) Considere um paralelogramo de lados a, b, c e área total S_0 . Qual a relação entre a, b e c para que esse volume seja máximo? Demonstre seu resultado.
8. Sendo $f(x) = 1 - x$ e $g(x) = x^4 + [f(x)]^4$, prove que $8g(x) \geq 1; \forall x \in \mathbb{R}$.
9. Prove que $e^\pi > \pi^e$.

Gabarito

3) zero 4) E 5) $S = \{(x, y, z) / (0, 0, 0); (1, 1, 1)\}$ 6) 2501

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.