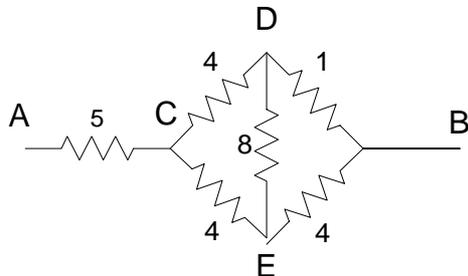


Complemento: Transformação delta-estrela

Muitas vezes não se consegue determinar a resistência equivalente de um circuito diretamente, usando apenas os conceitos de associação em série e em paralelo de resistores.

Nesses casos, a *transformação delta-estrela*, bem como artifícios de simetria, são ferramentas muito úteis e conduzirão a uma solução mais facilmente.

Nessa secção, trataremos da *transformação delta-estrela*. Seja o circuito abaixo:

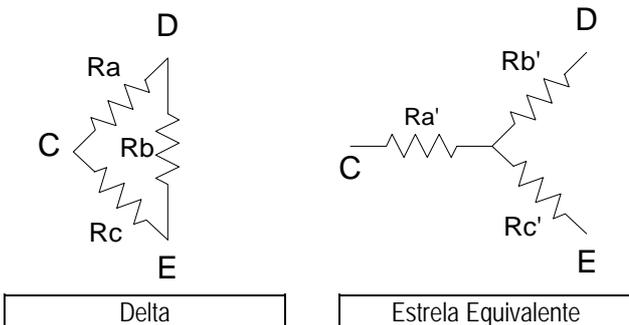


Como você determinaria a resistência equivalente R_{AB} ?

O circuito trata-se de uma ponte de Wheatstone não equilibrada, com pouca simetria. Devido à sua complexidade e baixa simetria, a aplicação da transformação delta-estrela é útil.

Observe na figura acima o triângulo (delta) que tem por vértices os nós C, D e E.

Todo triângulo de resistores R_A , R_B e R_C pode ser substituído por uma estrela formada por resistores $R_{A'}$, $R_{B'}$ e $R_{C'}$ que terá, como extremidades, os vértices do triângulo inicial, conforme a figura abaixo:



A equivalência entre o delta e a estrela é obtida se impormos que a resistência equivalente entre cada par de pontos, no delta e na estrela, seja sempre a mesma.

Assim, para impor que a resistência equivalente entre os pontos C e D, no delta, seja a mesma resistência equivalente entre os pontos C e D, na estrela, devemos escrever:

$$\frac{R_A \cdot (R_B + R_C)}{R_A + (R_B + R_C)} = R_{A'} + R_{B'}$$

Analogamente, escrevemos:

$$\frac{R_B \cdot (R_A + R_C)}{R_B + (R_A + R_C)} = R_{B'} + R_{C'}$$

$$\frac{R_C \cdot (R_A + R_B)}{R_C + (R_A + R_B)} = R_{C'} + R_{A'}$$

Resolvendo o agradável sistema ☺ de equações acima, nas variáveis $R_{A'}$, $R_{B'}$ e $R_{C'}$, encontramos que os resistores do

triângulo (delta) e da estrela equivalente estão relacionadas pelas expressões a seguir:

$$R_{A'} = \frac{R_A \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C} \quad R_{B'} = \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_{C'} = \frac{R_B \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

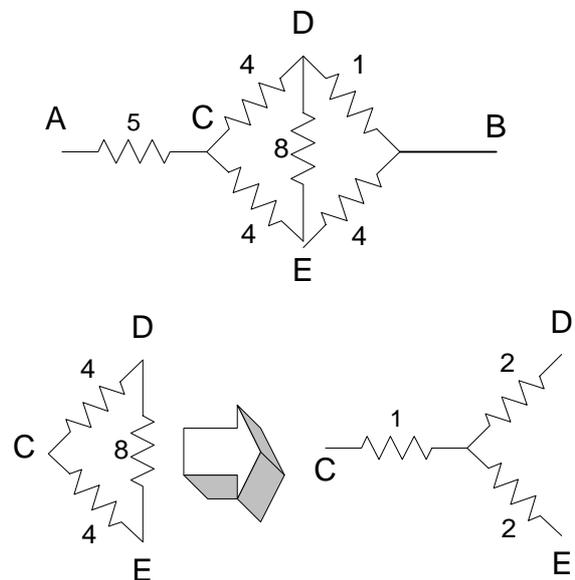
Veja na figura a posição dos resistores relacionados pelas expressões acima e você notará que tais expressões são de fácil memorização.

Propriedade Delta-Estrela

Feita a transformação delta-estrela, os potenciais elétricos de todos os nós do circuito permanecem inalterados, bem como a corrente elétrica através dos ramos que não fazem parte do delta ou da estrela.

Em síntese, o restante do circuito não "nota" que foi aplicada a transformação delta-estrela no mesmo.

Assim, voltando ao problema inicial, aplicando a transformação delta-estrela ao triângulo CDE, temos a seguinte estrela equivalente:

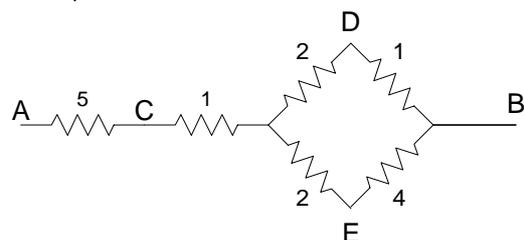


$$R_{A'} = \frac{4 \times 4}{4 + 4 + 8} = 1 \Omega$$

$$R_{B'} = \frac{4 \times 8}{4 + 4 + 8} = 2 \Omega$$

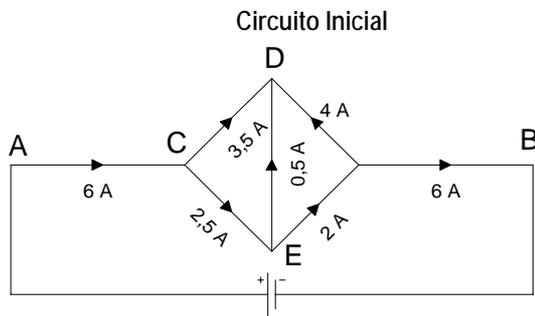
$$R_{C'} = \frac{8 \times 4}{4 + 4 + 8} = 2 \Omega$$

O circuito equivalente é:

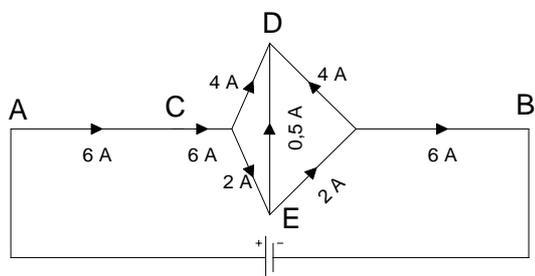


Facilmente vemos que $R_{AB} = 8 \Omega$ e está resolvido nosso problema.

Para verificar a propriedade delta-estrela sobre correntes elétricas, a figura a seguir mostra as correntes elétricas que fluiriam através do circuito inicial e através do seu equivalente, caso seus extremos fossem conectados a uma bateria de 48 volts:



Circuito Equivalente

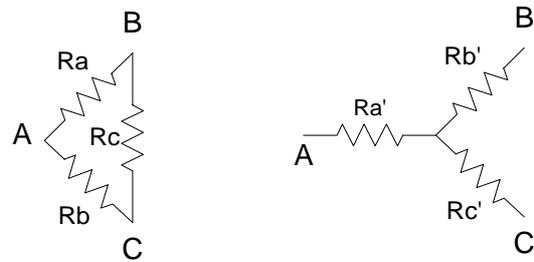


Comparem os circuitos acima e vejam que a corrente nos ramos AC, DB e EB permanecem inalteradas, bem como a corrente que atravessa a bateria. Isso é garantido pela propriedade da transformação delta-estrela relativa a corrente elétrica.

É importante se ter a transformação delta-estrela como última ferramenta para resolução de circuitos, a ser utilizada apenas em casos de circuitos assimétricos.

Na tabela a seguir temos valores de algumas configurações equivalentes, conforme a figura em seguida:

R_A	R_B	R_C	$R_{A'}$	$R_{B'}$	$R_{C'}$
3	3	3	1	1	1
4	2	2	1	1	1/2
5	10	10	2	2	4
6	2	4	1	2	2/3
6	3	9	1	3	3/2
6	6	6	2	2	2
8	2	6	1	3	3/4
8	4	4	2	2	1

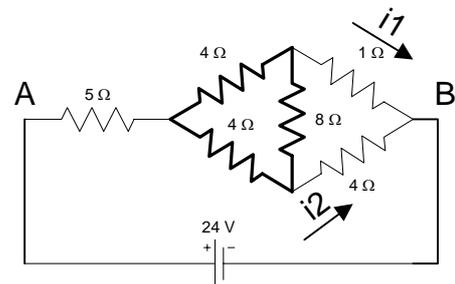


Problemas sobre Delta Estrela – com gabarito

Questão 1

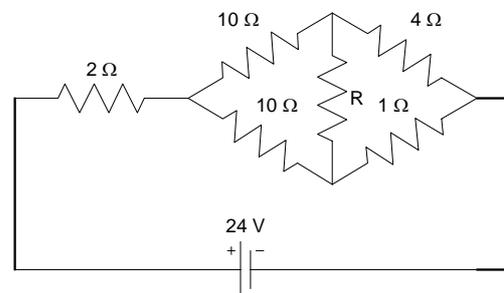
Dado o circuito abaixo, determine:

- a resistência equivalente do circuito conectado à bateria.
- as correntes i_1 e i_2 .
- a potência total dissipada nos resistores em negrito.



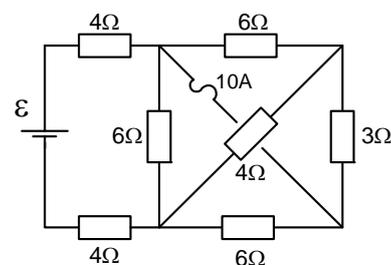
Questão 2

No circuito abaixo, sabe-se que a potência dissipada no resistor de 2 ohm vale 18 watts. Determine o valor da resistência R:



Questão 3

No circuito abaixo, o fusível ideal (resistência nula) suporta uma corrente de até 10 A. Determine o maior valor possível para a tensão ϵ da bateria, sem que o fusível "se abra".



Gabarito

- 1) a) 8Ω , b) $i_1 = 2 \text{ A}$, $i_2 = 1 \text{ A}$, c)
- 2) $R = 5 \Omega$