

Simulado 1 de Matemática – Equipe RUMOAOTA

1. Prove que qualquer função real pode ser escrita como uma soma de uma função par e uma função ímpar.

2. Determine o LG das imagens dos complexos z tais que $|z+1|^6 = |z|^6$

3. Demonstre $tg^2 x + \cot g^2 x = 2 \left[\frac{(3 + \cos 4x)}{(1 - \cos 4x)} \right]$.

4. Um grupo de 15 pessoas se reúne pra estudar uma lista de exercícios numa mesa redonda de 15 lugares. Porém, só há 6 cópias da lista. Uma pessoa enxerga a lista se ela estiver logo a sua frente ou logo à frente de uma pessoa imediatamente ao seu lado. Quantas configurações tornam o estudo possível?

5. Determine o polinômio $P(x)$ de coeficientes racionais e do quinto grau, sabendo que $P(x)+1$ é divisível por $(x-1)^3$ e que $P(x)-1$ é divisível por $(x+1)^3$.

6.

a) Mostre que a distancia do ortocentro a um vértice é o dobro da distancia do circuncentro ao lado oposto

b) Sendo H o ortocentro de ABC , mostre que $HA = a \cdot \cot g A$
(a é o lado oposto ao angulo A)

7. Discuta o sistema:

$$mx + y + z + w = 1$$

$$x + 2y + z - w = 2$$

$$2x - y + 2z + w = -1$$

Nos casos em que o sistema for possível, ache os conjuntos soluções possíveis.

8. É dado um ângulo $\widehat{AOB} = 60$ graus fixo. Determine o LG do ponto P tal que $d(P,OA) - d(P,OB) = \sqrt{3}$

OBS: $d(P,OA)$ = distância do ponto P ao segmento OA

9. Prove que $AB - BA$ é sempre diferente da matriz Identidade. A, B e I são quadradas e de ordem n.

10. ABCD é um quadrilátero circunscritível. Os lados AB, BC, CD, DA, tangenciam a circunferência em M, N, P e Q, respectivamente. Provar que MP, NQ, BD são concorrentes em um ponto.

