Simulado 2 de Matemática – Equipe RUMOAOITA

1. Calcule o coeficiente do termo em x³, no desenvolvimento de $(2x-3)^4.(x+2)^5$

2. Dados dois trinômios do segundo grau:
(i) $y = ax^2 + bx + c$
(ii) $y = a'x^2 + b'x + c'$
Considere sobre o eixo Ox, os pontos A e B cujas abscissas são as raízes do trinômio (i) e A´e B´ os pontos cujas abcissas são as raízes do trinômio (ii). Determine a relação que deve existir entre os coeficientes a, b, c, a´, b´,c´ de modo que A´B´ divida o segmento AB harmonicamente

3. O professor Sah Bido quer oferecer jantares para 3 alunos de cada vez. O professor tem 7 alunos e quer oferecer 7 jantares, com a restrição de que um mesmo par de alunos não pode ser convidado para mais de um jantar, isto é, se os alunos A, B e C comparecerem a um jantar, então a presença do aluno A, por exemplo, em outro jantar, impedirá a presença de C ou de B neste jantar. Chamando-se de programa a um conjunto de 7 jantares nas condições especificadas, pergunta-se: quantos programas diferentes poderão ser formados?

4.
a)Mostre que se $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_1x^3 + a_0x^4$, então existe um polinômio g(x) do 2º grau tal que $P(x) = x^2.g(x + \left(\frac{1}{x}\right))$

b) Determine todas as raízes do polinômio $P(x) = 1 + 4x + 5x^2 + 4x^3 + x^4$

5. Num triangulo ABC (A > B > C) traçam-se as bissetrizes externas AA´ do ângulo A, com A´ sobre o prolongamento de BC, e CC´ do ângulo C, com C´ sobre o prolongamento de AB. Se AA´=CC´ mostre que $c.sen\left[\frac{(A-B)}{2}\right] = a.sen\left[\frac{(`B-C)}{2}\right]$

6. Sendo a, b, c números naturais em PA e z um numero complexo de modulo unitário, determine um valor para cada um dos números a, b , c, z de forma que eles satisfaçam a igualdade $\left(\frac{1}{z^a}\right) + \left(\frac{1}{z^b}\right) + \left(\frac{1}{z^c}\right) = z^9$

7. Considere a seqüência cujos primeiros termos são:

1 , 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 ... Seja a_n seu n-ésimo termo. Mostre que $a_n < \left[\frac{\left(1+\sqrt{5}\right)}{`2}\right]^n$

para todo n natural maior ou igual a 2.

8. Seja m um inteiro positivo. Define-se uma relação $\theta(m)$ por

Relação $\theta(m)$ = {(i,j) / i = j + km , k inteiro}

Mostre que $\theta(m)$ é uma relação de equivalência

9. Seja P uma parábola de foco F e diretriz d. Sejam M um ponto qualquer de P; A sua projeção sobre d; B a projeção de A sobre FM. Identifique o LG de B quando M descreve a parábola P.

10. Seja um circulo γ de centro O, um ponto fixo exterior a γ e um diâmetro BC móvel.
a) Mostrar que o circulo circunscrito ao triangulo ABC passa por um ponto fixo I (I distinto de A).

b) As retas AB e AC cortam o círculo γ nos pontos D e E respectivamente, e DE corta OA em P. Comparar os ângulos $\angle$BIA, $\angle$BCA, $\angle$BDE e mostrar que o quadrilátero IBDP é inscritível, sendo o ponto P fixo.