

Simulado de Matemática

Projeto Rumo ao ITA – <http://www.rumoaota.com/>

1. Em um cone inscreve-se um cilindro cuja altura é igual ao raio da base do cone. Achar o ângulo entre o eixo do cone e sua geratriz, se sabe-se que a superfície total do cone está para a área da base, assim como **3:2**.
2. Demonstrar que se os números positivos **a**, **b** e **c** formam uma progressão aritmética, os números:

$$\frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}, \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}, \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

3. Demonstrar que os números **49**, **4489**, **444889**, ..., obtidos colocando o número **48** no meio do número anterior, são quadrados de números inteiros.
4. Resolver o sistema de equações:

$$\begin{cases} x^2 + x.y + y^2 = 4 \\ x + x.y + y = 2 \end{cases}$$

5. Determinar para quais valores de **x** se cumpre a desigualdade:

$$\frac{1 - \sqrt{1 - 4.x^2}}{x} < 3$$

6. No desenvolvimento de $(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4})^n$, o coeficiente binomial do terceiro termo é maior que o do segundo em **44** unidades. Achar o termo que não contém **x**.
7. **n** retas paralelas de um plano se cruzam por uma série de **m** retas paralelas. Quantos paralelogramos podem ser separados na rede obtida?
8. No conjunto **C** dos números complexos, seja α tal que $|\alpha| < 1$. Determine o lugar geométrico dos pontos $z \in C$ que satisfazem a igualdade $|\frac{z - \alpha}{1 - \alpha.z}| = 1$.
9. Determine todas as matrizes **X**, reais, de dimensões **2 x 2**, tais que $A.X = X.A$, para toda matriz **A** real **2 x 2**

10. Mostre que $\frac{1}{2} + \cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx = \frac{\text{sen} \frac{(2n+1)x}{2}}{2 \text{sen} \frac{x}{2}}$.