



Prof.(s): Judson Santos - Luciano Santos

1º SIMULADO – ITA/IME

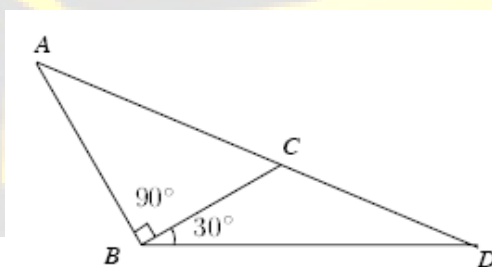
01) Sabendo que $(1, \log_y^x, \log_z^y, -15\log_x^z)$ estão em progressão aritmética nesta ordem satisfazendo as condições de existência dos logaritmos. Então o valor da expressão $\log_z^x - \log_x^y - \log_y^z$ é igual a:

- a) 1
- b) 7
- c) $\frac{11}{3}$
- d) 3
- e) $\frac{7}{3}$

02) Seja $a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ valores inteiros que satisfaça a equação $\frac{5}{7} = \frac{a_2}{2!} + \frac{a_3}{3!} + \frac{a_4}{4!} + \frac{a_5}{5!} + \frac{a_6}{6!} + \frac{a_7}{7!}$. Sabendo que $0 \leq a_i < i$ para $i = 2, 3, 4, \dots, 7$. Então, o valor da expressão $a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$ é igual a:

- a) 8
- b) 9
- c) 10
- d) 11
- e) 12

03) Sabendo que os segmentos AB e CD tem comprimentos iguais a 1 e os ângulos ABC e CBD são respectivamente 90° e 30° (como mostra a figura abaixo). Então o segmento AC vale:



- a) 2
- b) $\sqrt{2}$
- c) $\sqrt[3]{2}$
- d) $\sqrt{3}$
- e) $\sqrt[3]{3}$

04) Sabe-se que a soma $S = 0,1 + 0,01 + 0,002 + 0,0003 + 0,00005 + 0,000008 + 0,0000013 + \dots$ converge para uma dízima periódica cujo número de algarismos do período é igual a:

- a) 22
- b) 42
- c) 44
- d) 48
- e) 88

Então o valor de θ para que exista P, sabendo que este ângulo pertence ao 3º quadrante, é máximo e menor do que uma volta é igual a:

- 06) Se $f(x) = \sin^2 x + \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ e $g\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Então o valor da função composta $g \circ f(x)$ é igual a:

- 07) Sabendo que $(1+x+x^2)^n = a_0 + a_1.x + a_2.x^2 + \dots + a_r.x^r + \dots + a_{2n}.x^{2n}$. Então a soma dos algarismos de S tal que $S = \sum_{p=0}^5 \binom{n}{2.p+1}$ e satisfaz a condição

a) 7 b) 6 c) 5 d) 4 e) 3

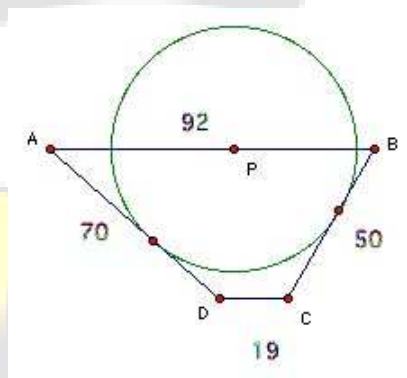
- a) $10\pi\sqrt{3}$ b) $8\pi\sqrt{3}$ c) $7\pi\sqrt{3}$ d) $6\pi\sqrt{3}$ e) $9\pi\sqrt{3}$

09) Seja a matriz A dada por $A = \begin{bmatrix} (c+d) & d & \frac{1}{c} \\ a.c & \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{(c+d)}\right) & 0 \\ 0 & a & b \end{bmatrix}$ onde b, c e d são as raízes do

polinômio $P(x) = 2x^3 - 4x^2 + 3x + 6$. Então a soma dos possíveis valores de a, $a \in \mathbb{Z}$, que tornam a matriz A singular, onde $\mathbb{Z}$ é o conjunto dos números inteiros é igual a:

- a) -4 b) -3 c) -2 d) -1 e) 0

10) ABCD é um trapézio com AB paralelo a CD, $AB = 92$, $BC = 50$, $CD = 19$, $DA = 70$. P é um ponto sobre o lado AB tal que um círculo P toque o lado AD e BC. Então o valor de 3.AP é igual a:



- a) 161 b) 162 c) 163 d) 164 e) 165

11) Seja S a área da região delimitada pelo gráfico de $|x - 60| + |y| = \frac{|x|}{4}$. Então o valor de S é igual a:

- a) 480 b) 240 c) 360 d) 400 e) 540

12) Considere todos os pares (b,c) de inteiros tais que $|b| \leq 4$ e $|c| \leq 4$. Escolhendo – se, ao acaso, um desses pares (b , c). Então a probabilidade da equação $x^2 + 2bx + c = 0$ possuir raízes distintas positivas é igual a:

- a) $\frac{7}{81}$ b) $\frac{8}{81}$ c) $\frac{9}{81}$ d) $\frac{10}{81}$ e) $\frac{11}{81}$

13) Seja a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x+1) + f(x-1) = \sqrt{2}f(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Então o período da função f(x) para todo $x \in \mathbb{R}$ é igual a:

- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

14) Sabendo que q é um número racional e satisfaz a expressão $\text{sen}(1^\circ) \cdot \text{sen}(2^\circ) \cdot \text{sen}(3^\circ) \dots \text{sen}(90^\circ) = q \cdot \sqrt{10}$. Então o valor de q é igual a:

- a) $\frac{1}{2^{89}}$ b) $\frac{1}{2^{88}}$ c) $\frac{3}{2^{89}}$ d) $\frac{1}{2^{87}}$ e) $\frac{5}{2^{89}}$

15) A medida da menor área delimitada pelas representações geométricas no plano de Argand-Gauss dos subconjuntos, é:

$$A = \{z \in \mathbb{C} / |z - 2 + i| = 3\} \text{ e } B = \left\{z \in \mathbb{C} / \text{Im}(z) = \frac{1}{2}\right\}, \text{ é:}$$

- a) $3\pi - \sqrt{3}$ b) $\frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{4}$ d) $\frac{3(4\pi - 3\sqrt{3})}{2}$ e) $\frac{3(4\pi - 3\sqrt{3})}{4}$

16) Sabendo que $\left(4 \cdot \cos \alpha, \frac{16}{\sqrt{11}} \cdot \text{sen} \alpha\right)$ é o ponto de tangente da elipse $16x^2 + 11y^2 = 256$ com a circunferência $x^2 + y^2 - 2x = 15$, então o valor de α ($\alpha > 0$) vale:

- a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{3}$ d) $\frac{\pi}{6}$ e) $\frac{\pi}{12}$

17) O polinômio $x^{2n} + 1 + (x+1)^{2n}$ não é divisível por $x^2 + x + 1$ se n é igual a:

- a) 17 b) 20 c) 21 d) 64 e) 65

18) Se $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, então o valor da expressão matricial $A^{91} - 2A^{301} + A^{34}$ é igual a:

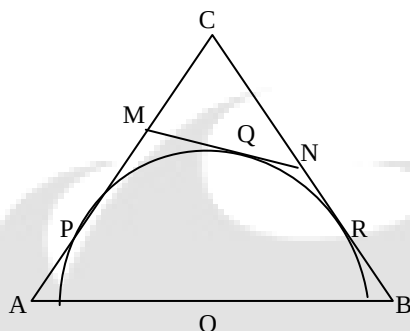
- a) A b) A^2 c) I d) A^3 e) O

19) Se a equação $x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$ tem as quatro raízes reais e positivas. Então podemos afirmar que:

- a) $a = 6$ e $b = -4$
b) $a = 4$ e $b = -6$
c) $a = 6$ e $b = 4$
d) $a = -6$ e $b = -4$
e) $a = -4$ e $b = -6$

20) O triângulo ABC é isósceles de base AB. Sabendo que $AB = 24$, $AM = 18$, O é o médio de AB e P, Q e R são pontos de tangência. Então o segmento BN é igual a:





a) 8

b) 7

c) 5

d) 4

e) 3

Questões Discursivas

21) Duas equipes disputam entre si uma serie de jogos em que não pode ocorrer empate e as duas equipes tem as mesmas chances de vitória. A primeira equipe que conseguir duas vitórias seguidas ou três vitórias alternadas vence a serie de jogos. Qual a probabilidade de uma equipe vencer a serie de jogos com duas vitórias seguidas?

22) Duas progressões geométricas reais, infinitas e distintas têm soma 1 e o mesmo segundo termo. Uma tem terceiro termo $\frac{1}{8}$. Qual é o segundo termo?

23) Determine todos os inteiros n para os quais $n^4 - 4n^3 + 14n^2 - 20n + 10$ é um quadrado perfeito.

24) Sejam r e s duas retas paralelas distando 10 cm entre si. Seja P um ponto no plano definido por r e s e exterior à região limitada por estas retas, distando 5 cm de r . Calcule as medidas da área e do perímetro, em cm^2 e cm, do triângulo equilátero PQR cujos os vértices Q e R estão, respectivamente, sobre as retas r e s .

25) Resolva a equação : $\left(2^{\log_5 x} + 3\right)^{\log_5^2} = x - 3$

26) Seja S a area da região delimitada pelo o gráfico de equação $y^2 + 2xy + 40|x| = 400$, onde, $|x|$ representa o módulo ou valor absoluto de x . Calcule o valor de S .

27) Encontrar as soluções reais para:

$$\begin{cases} \log_{10}(2000xy) - \log_{10}^x \cdot \log_{10}^y = 4 \\ \log_{10}(2yz) - \log_{10}^z \cdot \log_{10}^y = 1 \\ \log_{10}(zx) - \log_{10}^x \cdot \log_{10}^z = 0 \end{cases}$$

28) Sabendo que a matriz M é dada por $M = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{pmatrix}$ e que $a^2 + b^2 + c^2 +$

$d^2 = 6$. Calcule o valor absoluto do determinante de M .

29) Considere os pares ordenados (x, y) que satisfazem a equação $x^2 + y^2 = 14x + 6y + 6$. Calcule o valor máximo de $3x + 4y$.

30) Seja V o volume do sólido girado em torno da base menor da área região formada pelos gráficos das funções $g(x) = 8$ e $f(x) = |x-1| + |x-3|$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Calcule o valor

de $\frac{V}{\pi}$.

Loucos por
MATEMÁTICA

