Aluno(a): ____________________________ nº __________

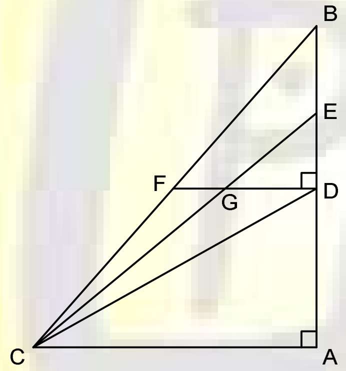
Data: ______/______/2011

1^0 MINI – SIMULADO – ITA

Principais notações

R **– o conjunto de todos os números reais**
[a,b] = $\{x \in R : a \leq x \leq b\}$
]a,b[= $\{x \in R : a < x < b\}$
(a,b) – par ordenado
gof – função composto de g e f
A^{-1} – matriz inversa da matriz A
A^T – matriz transposta da matriz A
det (A) – determinante da matriz A

01. Dada a figura:



Sabendo que os ângulos dos triângulos $F\hat{C}G$ e $D\hat{G}E$ são respectivamente x e y. Então o valor de $2010\times(tgx.\cot gy)$ para que $\overline{CG}$ seja uma bissetriz interna do triângulo DCF e que os segmentos $\overline{FG}=2$, $\overline{GD}=3$ vale:

A)201 b) 402 c) 505 d) 1010 e) 2010

02. Num quadro negro estão escritos os 97 números $48, 24, 16, ..., \frac{48}{97}$, os 97 números racionais da forma $\frac{48}{k}$ para $k = 1, 2, 3, ..., 97$. Em cada movimento, escolhemos então dois números **a** e **b** e os substituímos pelo número $2.a.b - a - b + 1$. Após 96 movimentos, resta somente um número no quadro. O último destes números é igual a:

a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) $\frac{1}{4}$ d) 2 e) 4

03. Se a , b e c são raízes da raiz cúbica da unidade e Δ representa o determinante da matriz $\begin{pmatrix} a^2+b^2 & c^2 & c^2 \\ a^2 & b^2+c^2 & a^2 \\ b^2 & b^2 & c^2+a^2 \end{pmatrix}$. Então podemos afirmar que:

a) o parte real de Δ é igual a zero;
b) o parte imaginário de Δ é igual a zero;
c) a soma da parte real com a parte imaginária de Δ é igual a 1;
d) o produto da parte real com a parte imaginária de Δ é igual a 4;
e) o valor de Δ é igual a $\frac{\left(-1+i.\sqrt{3}\right)}{2}$, onde i representa a unidade imaginária dos números complexos.

04. Considere o quadrilátero que se obtém unindo quatro das interseções das retas *x* = 0, *y* = 0, *y* = 6 e 3*x* – *y* – 6 = 0 e suponha que uma xícara tem o formato do sólido gerado pela rotação desse quadrilátero em torno do eixo das ordenadas. Assim sendo, qual o volume do café na xícara no nível da metade de sua altura?
a) 12π b) 19π c) 28π d) 32π e) 38π

05. Das seguintes afirmações:
I)Sejam a_0 , a_1 , a_2 três números complexos não nulos tais que $a_0 = a_1.a_2$. Sabendo que os afixos das três raízes da equação $z^3 + a_2z^2 + a_1z + a_0 = 0$ formam um triângulo. Então uma de suas medianas passa pela origem de coordenadas.
II)Sejam $x < y < z$ inteiros positivos com $3^x + 3^y + 3^z = 179415$.
Então o valor de $x + y + z$ é igual a 22.
III) A razão entre as somas dos n primeiros termos de duas progressões aritméticas é $\frac{2n+3}{4n-1}$, para todo valor de $n \in N^*$, então a razão entre os seus termos de ordem 25 é igual a $\frac{101}{195}$
é (são) verdadeira(s)

A) apenas I. B) apenas II. C) apenas III. D) apenas I e II. E) todas.

06. Uma pessoa dispõe de um dado honesto, que é lançado sucessivamente quatro vezes. Então a probabilidade de que nenhum dos números sorteados nos dois primeiros lançamentos coincida com algum dos números sorteados nos dois últimos lançamentos é igual a:
a) 31/72 b) 35/72 c) 37/72 d) 40/72 e) 41/72

07. O valor da expressão $\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{\cos n\theta}{2^n}\right)$ para $\cos\theta = \frac{1}{5}$ é igual a:

$a)\frac{1}{2}$ $b)\frac{1}{4}$ $c)\frac{2}{5}$ $d)\frac{6}{7}$ $e)\frac{1}{6}$

08. Dado o polinômio $p(x) = x^3 - ax^2 + bx - c$ que satisfaz as seguintes condições:
i) tem três raízes inteiras e distintas;
ii) $p(2002) = 2001$
iii) $p(x^2 - 2x + 2002)$ não tem raízes reais.
Então o valor da soma dos algarismos de <u>a</u> é igual a:
a)20 b) 19 c) 18 d) 17 e) 16

09. Na figura, ABCD é um quadrado. As coordenadas do ponto P, interseção da reta $\overline{AC}$ com o eixo x são:

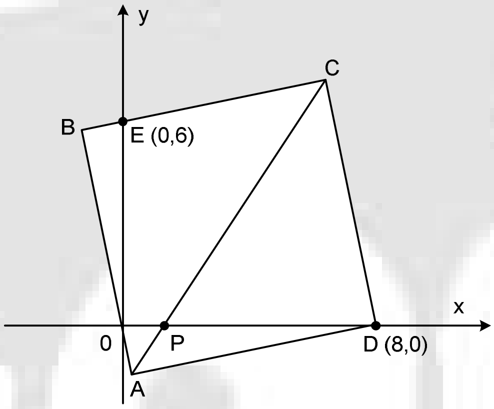
A ( ) $\left({}^{7}\!/_{5},0\right)$

B ( ) $\left({}^{8}\!/_{5},0\right)$

C ( ) $\left({}^{9}\!/_{5},0\right)$

D ( ) $(2,0)$

E ( ) $\left(\frac{6}{5},0\right)$



10. Dispondo de um recipiente em forma de paralelepípedo retângulo, com as dimensões da figura, preenchido com água até o nível indicado, um aluno fez o seguinte experimento:

- Mergulhou na água um cubo maciço com 1 cm^3 de volume;
- Mergulhou, sucessivamente, novos cubos, cada vez maiores, cujos volumes formam, a partir do cubo de 1 cm^3 de volume, uma progressão aritmética de razão 2 cm^3.

Após mergulhar certo número de cubos, que ficaram completamente submersos, verificou que a altura do nível da água passou apara 39 cm.

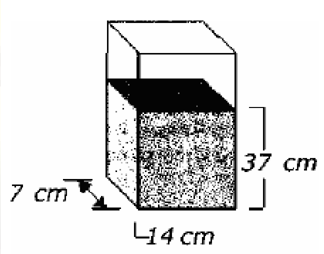


Figura fora de escala

Com base nessas informações, a **<u>área total do último cubo colocado</u>** é de:

A ( ) 216 cm^2
B ( ) 142 cm^2
C ( ) 124 cm^2
D ( ) 54 cm^2
E ( ) 46 cm^2

Questões discurssivas

01. A função $f:(0,\infty)\to IR$ satisfaz as condições:

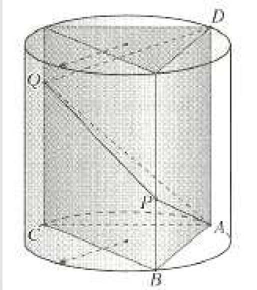
i) $f(a)=1$, para um certo real positivo *a*.

ii) $f(x).f(y)+f\left(\frac{a}{x}\right).f\left(\frac{a}{y}\right)=2.f(x.y)$, para todos reais positivos x e y.

Prove que f é constante.

02. Determinar o valor de $A=tg^{6}\left(\frac{\pi}{18}\right)+tg^{6}\left(\frac{5\pi}{18}\right)+tg^{6}\left(\frac{7\pi}{18}\right)$

03. Na figura abaixo, APQD é o menor caminho percorrido sobre a superfície lateral do prisma regular inscrito no cilindro de revolução mostrado. Se o volume do sólido ABCPQ é V, determine o volume do cilindro.



04. Para todo real $\alpha \neq \frac{k\pi}{2}$ com k inteiro.

a)Prove que a igualdade $\frac{1}{sen\,\alpha} = \cot g\,\frac{\alpha}{2} - \cot g\,\alpha$.

b)Calcule o valor da expressão $\frac{1}{\cos 6°} + \frac{1}{sen 24°} + \frac{1}{sen 48°} - \frac{1}{sen 12°}$.

05. Determine todas as soluções inteiras positivas da equação $x^2 - y! = 2001$.

Coordenadores e Colaboradores

Nome: Judson Silva dos Santos (Coordenador)

Matéria: Matemática

Informações: Judson Silva dos Santos nasceu em Barra do Corda-MA, no ano de 1974. Atualmente, Professor de Matemática da Organização Educacional Farias Brito, colégio Antares e Colégio Master, onde prepara , alunos para Olimpíadas de matemática, Vestibulares e vários Concursos Militares tais como: Instituto Tecnológico da Aeronáutica (ITA), Instituto Militar de Engenharia(IME), Escola Naval(EN), Escola de Formação de Oficiais para Marinha Mercante(EFOMM), Academia da Força Aérea(AFA), Escola preparatória de Cadetes do Exercito(ESPCEX) e Colégio Naval(CN) . Já ministrou curso de formação de professores contribuindo para a formação de novos talentos nas principais Escolas de Fortaleza.

Nome: Luciano Silva dos Santos (Coordenador)

Matéria: Matemática

Informações: Luciano Silva dos Santos nasceu em São Luis - MA, no ano de 1977. Atualmente, é Professor de Matemática do Colégio Antares, Curso Einstein Escolas Militares e no Colégio Batista Santos Dumont é Professor e Coordenador das Turmas de Escolas Militares, onde prepara, alunos para Olimpíadas de matemática, Vestibulares e vários Concursos Militares tais como: Instituto Tecnológico da Aeronáutica (ITA), Instituto Militar de Engenharia(IME), Escola Naval(EN), Escola de Formação de Oficiais para Marinha Mercante(EFOMM), Academia da Força Aérea(AFA), Escola preparatória de Cadetes do Exercito(ESPCEX), Escola Preparatória de Cadetes da Aeronáutica (EPCAR) e Colégio Naval(CN) .