

Lista de Exercícios elaborada pelo Prof. Marcelo Rufino

1) Calcule o maior valor que pode assumir o módulo do número complexo z satisfazendo a equação: $\left|z + \frac{1}{z}\right| = 1$

2) Para quais valores inteiros de a, $x^2 - x + a$ divide $x^{13} + x + 90$?

3) Prove que se o polinômio $x^3 + ax^2 + bx + c$ possui três raízes reais distintas, então também possui três raízes reais distintas o polinômio $x^3 + ax^2 + \frac{1}{4}(a^2 + b)x + \frac{1}{8}(ab - c)$.

4) Se α , β e γ são as raízes de $x^3-x-1=0$, calcule $\frac{1+\alpha}{1-\alpha}+\frac{1+\beta}{1-\beta}+\frac{1+\gamma}{1-\gamma}$.

5) (UFMG-2008) Seja ABC um triângulo cujos vértices, em coordenadas cartesianas, são A = (1, 0), B = (3, 0) e C = (2, 1) CALCULE a inclinação m da reta que passa pelo ponto (0, 0) e divide esse triângulo em duas regiões de áreas iguais.

6) Encontre a equação do círculo inscrito no triângulo formado pelas retas:

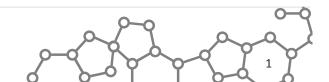
$$4x + 3y - 6 = 0$$

$$-4x + 3y + 9 = 0$$

$$-3x + 4y + 12 = 0$$

7) Prove que a área do triângulo determinado por uma tangente à hipérbole $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ e suas assíntotas é uma constante, e determine-a.

8) Determinar o lugar geométrico dos centros dos círculos que passam por um ponto fixo A e que interceptam uma reta r sob segmento de comprimento constante 2ℓ .





Gabarito

1)
$$\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

- 2) 2
- 3) Demonstração
- 4) 7

5)
$$\frac{4-\sqrt{7}}{9}$$

6)
$$(x - 15/8)^2 + (y + 9/8)^2 = 9/64$$

- 7) ab
- 8) parábola

Exemplos de questões propostas do livro Elementos da Matemática, volume 4, que apresenta os conteúdos: Números Complexos, Polinômios, Equações Algébricas e Geometria Analítica. Toda a teoria está criteriosamente demonstrada, com muitos exemplos resolvidos do ITA e IME e uma infinidade de exercícios propostos.

- 1) Questão 24 do capítulo 1 (números complexos)
- 2) Questão 17 do capítulo 2 (polinômios)
- 3) Questão 104 do capítulo 3 (equações algébricas)
- 4) Questão 41 do capítulo 4 (transformações algébricas)
- 5) Questão 72 do capítulo 5 (ponto e reta)
- 6) Questão 108 do capítulo 6 (circunferência)
- 7) Questão 126 do capítulo 7 (cônicas)
- 8) Questão 58 do capítulo 8 (lugares geométricos)

O livro pode ser adquirido em www.livrariadorufino.com

