Simulado IME – Projeto IME / ITA / EN / AFA
Simulado 01 – Matemática

01. De quantas maneiras é possível colocar 6 anéis diferentes em 4 dedos?

02. Num triângulo ABC, os lados a, b, c são números inteiros e consecutivos e $(\angle BCA) = 2(\angle BAC)$. Determine seu perímetro.

03. Achar o produto da multiplicação:

$$\left[1 + \left(\frac{1+i}{2} \right) \right] \left[1 + \left(\frac{1+i}{2} \right)^2 \right] \left[1 + \left(\frac{1+i}{2} \right)^{2^2} \right] \dots \left[1 + \left(\frac{1+i}{2} \right)^{2^n} \right]$$

04. Demonstrar que, sendo m inteiro e positivo, a parte inteira de $(2 + \sqrt{3})^m$ é sempre um número ímpar.

05. Demonstrar que o polinômio $x^8 - x^5 + x^2 - x + 1$ é positivo para todo x real.

06. É dada uma parábola de equação $y = x^2$ e diretriz d e foco F. Prove que dado qualquer ponto P pertencente a essa diretriz, teremos que, traçando as tangentes PT_1 e PT_2 à parábola, os pontos T_1 , T_2 e F são colineares.

07. Um polinômio $P(x)$ do 6º grau é divisível por seu polinômio derivado $P'(x)$, e este é divisível por $x-1$. Sendo a_0 , pertencente aos reais não negativos, o coeficiente do termo de maior grau de $P(x)$, determine:

a) todas as raízes da equação $P(x) = a_0$

b) a área do polígono cujos vértices são essas raízes.

08. Determine o determinante $n \times n$ formado por, todos elementos excetuando os da diagonal principal, sendo m, e os elementos da diagonal principal sendo $m+x$.

09. Um grupo de pesquisadores necessita cobrir um cubo radioativo de aresta 1 m com um revestimento de espessura igual a 1m. Esse revestimento deverá ser construído de tal forma que cada ponto do cubo equidiste de 1 m da superfície exterior do revestimento. Após cobrir o cubo, determine o volume do sólido cubo + revestimento.

10. Através de um ponto arbitrário O, tomado dentro do triângulo ABC, sejam traçadas as retas DE, FK e MN paralelas, respectivamente a AB, AC e BC. Os pontos F e M se encontram sobre o lado AB; E e K, sobre BC e N e D, sobre AC. Demonstrar que:

$$\frac{AF}{AB} + \frac{BE}{BC} + \frac{CN}{CA} = 1$$