

Ficha de exercícios-1 (ITA)

1)Determine o valor da expressão

$$f\left(\frac{1}{2000}\right) + f\left(\frac{2}{2000}\right) + \cdots + f\left(\frac{1999}{2000}\right) + f\left(\frac{2000}{2000}\right) + f\left(\frac{2000}{1999}\right) + \cdots + f\left(\frac{2000}{1}\right) \text{ supondo}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}.$$

2)A seqüência $(a_n), n \in \mathbb{N}$ verifica as relações $a_1 = \frac{1}{2}$ e $a_n = \frac{a_{n-1}}{2na_{n-1} + 1}$ para todo natural $n > 1$. Calcule $a_1 + a_2 + \cdots + a_{1998}$.

3)Seja f uma função real de variável real que satisfaz a condição: $f(x) + 2f\left(\frac{2002}{x}\right) = 3x$ para $x > 0$. O valor de $f(2)$ é igual a:

4)Seja α a maior raiz de $x^2 + x - 1 = 0$. O valor de $\alpha^5 - 5\alpha$ é:

5)Sejam A e B matrizes reais $n \times n$ tais que $AB + A + B = 0$. Prove que $AB = BA$.

6)Calcule $\sqrt{10^6(10^6 + 1)(10^6 + 2)(10^6 + 3) + 1}$

7)Se designarmos por S_n a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica de infinitos termos, de razão $q > 1$ e primeiro termo $a_1 > 0$, podemos afirmar que :

a) $\frac{S_n}{S_{2n} - S_n} = \frac{S_{2n} - S_n}{S_{3n} - S_{2n}}$

b) $\frac{S_n}{S_{2n} - S_n} = \frac{S_{2n}}{S_{3n} - S_{2n}}$

c) $\frac{S_n}{S_{2n} - S_n} = S_{3n} - S_n$

d) $S_{3n} = S_{2n} + S_n$

e)ndra

8)Seja A uma função real de variável real x , tal que: $e^{2x} - 2e^x A(x) + 1 = 0$, para todo número real x . Nestas condições, temos:

a) $A(0) = 1$, $A(x) = A(-x)$, para todo número real x e não existe real x diferente de zero, satisfazendo a relação $A(x) = 1$.

b) $A(0) = 1$ e $A(x) = 0$, para algum real x .

c) $A(1) < 0$ e $A(x) = A(-x)$, para todo x real

d) não existe um x real, não nulo, satisfazendo a relação $A(x) = 1$ e não existe um número real x , satisfazendo $A(x) = A(-x)$

e) ndra

9) Suponha que $a_1, a_2, \dots, a_n$ são números reais positivos, com $n \geq 2$ e que

$a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n = 4$. Nesta situação a respeito do produto $P = (1 + a_1)(1 + a_2) \dots (1 + a_n)$, temos:

a) $P \geq 2^{n+3}$

b) $P \geq 5^n$

c) $P \geq 2^{n+1}$

d) $P \geq 5^{n+1}$

e) ndra

10) Avalie o produto $\prod_{k=1}^n \left(1 - \tan^2 \frac{2^k \pi}{2^n + 1} \right)$

GABARITO

2) 1998/1999

3) 2000

4) -3

5) é só adicionar a matriz identidade a ambos os membros

6) $10 \cdot 12 + 3 \cdot 10 \cdot 6 + 1$

7) a

8) a

9) c

10) -2^n (elevado a n)