

**Problemas Selecionados Por:
Ronaldo Rozenbaum**

Lista de Exercícios de Matemática

1 - Resolva a equação: $8x^3 - 6x - 1 = 0$

2 - Solucione o sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + \sqrt{3}xz + z^2 = 4 \\ y^2 + yz + z^2 = 3 \end{cases}$$

3 - Dado um triângulo ABC de lados a, b e c, opostos aos ângulos A, B e C respectivamente e de perímetro 2p, mostre que:

$$a = \frac{p \cdot \sin\left(\frac{A}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{C}{2}\right)}$$

4 - Mostre que a equação $x^2 + y^2 = 3z^2$ não possui soluções reais não-nulas.

5 - Determine todos os naturais n para os quais $8n^3 + 36n^2 + 55n + 23$ é o cubo de um número inteiro.

6 - Através das transformações 1 e 2 você muda a equação $ax^2 + bx + c$.

1) Trocar a por c

2) Trocar x por $(x+k)$, para qualquer k real.

Podemos, saindo da equação $x^2 + x + 2$ chegar na equação $x^2 + x + 1$?

7 - Prove a infinidade dos primos.

8 - Começando com o conjunto $\{3,4,12\}$, é permitido apagar dois números a e b e escrever em seu lugar $0,6a - 0,8b$ e $0,8a + 0,6b$. É possível chegar ao conjunto $\{4,6,12\}$?

9 - Seja n um número natural e $a < b < c$, divisores de n, tais que $n = a + b + c$. Prove que $c = a + b$.

10 - a) Sejam α , β e γ os ângulos que uma reta que passa pelo vértice de um vértice de um triedro tri-retângulo faz com as arestas do triedro. Prove que: $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

b) Sejam S , S_1 , S_2 e S_3 , respectivamente, as áreas dos triângulos ABC, AJC, BJC, CJA do triedro tri-retângulo (J-ABC). Prove que $S^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$.

11 - Prove que em qualquer poliedro euleriano, $F_3 + V_3 \geq 8$

12 - Dado um triângulo ABC, considere um ponto P no seu interior tal que $(PBA) + (PCA) = (PBC) + (PCB)$. Mostre que $AP \geq AI$, onde I é o incentro do triângulo ABC.

13 - Em um hexágono eqüiângulo, as medidas de 4 lados consecutivos são, nesta ordem, 5, 3, 6 e 7. Determine o perímetro do hexágono.

14 - 21 pessoas são colocadas num plano de forma que todas as distâncias entre duas delas são distintas. Num determinado instante, cada pessoa dispara um tiro na pessoa que estiver mais próxima dela. Determine o número máximo de tiros que uma pessoa pode receber.

15 - Seja um polígono eqüiângulo e não-equilátero com um ponto P interior a ele. Prove que ao variarmos P no interior do polígono a soma das suas distâncias aos lados dele não varia.

16 - Seja $A = \{1, 2, 3, \dots, p\}$. Calcule o valor da soma dos produtos possíveis que se podem obter usando como fatores dois elementos distintos de A.

17 - Seja $A = (A_{ij})$ uma matriz de ordem n tal que $A_{ij} = |i^2 - j^2|$. Seja P_n o produto dos n primeiros naturais ímpares. Determine $\text{Det} A / P_n$ em função de n.

18 - Mostre que o produto de n inteiros consecutivos é múltiplo de n!.

19 - Certo alfabeto é composto de 6 letras que, com o fim de serem transmitidas por telégrafo, são codificadas da seguinte maneira:

*, -, **, --, *, -*

Ao transmitir uma palavra, não são inseridos os intervalos que separam uma letra da outra, de modo que o resultado dá uma cadeia de * e - num total de 12 sinais. De quantos modos pode-se ler a palavra transmitida?

20 - Considerando como universo o conjunto dos reais, determine o conjunto solução da equação:

$$\sqrt{4x-8} + \sqrt[3]{14x-20} = \sqrt{24-4x} + \sqrt[3]{2092-182x}$$

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.