

Simulado Semanal 07 Matemática – ITA 2012

1) Calcule o valor de

$$\arctg \frac{2}{1^2} + \arctg \frac{2}{2^2} + \arctg \frac{2}{3^2} + \arctg \frac{2}{4^2} + \dots$$

- a) $\pi/2$ b) π c) $3\pi/2$ d) 2π e) $3\pi/4$

2) Numa olimpíada de matemática participam representantes de 30 escolas, cada escola com 4 alunos representantes. Antes de entrar na sala do exame, os alunos devem ser colocados em fila. Nessa fila, por questões de solidariedade, cada estudante deve ter como vizinho, atrás ou na frente, pelo menos um colega de sua escola. De quantas maneiras diferentes pode-se organizar a fila?

- a) $\frac{120!}{30!}$ b) $2^{30} \cdot 60!$ c) $30!60!$
d) $2^{30} \cdot 3^{20} \cdot 30!$ e) $2 \cdot 3^{30} \cdot 60!$

3) Sejam $a = \frac{1^2}{1} + \frac{2^2}{3} + \frac{3^2}{5} + \dots + \frac{(1001)^2}{2001}$ e

$$b = \frac{1^2}{3} + \frac{2^2}{5} + \frac{3^2}{7} + \dots + \frac{1001^2}{2003}.$$

Qual é o inteiro mais próximo de $a - b$?

- a) 500
b) 501
c) 999
d) 1000
e) 1001

4) Sejam $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$, $P = (x, y)$ três pontos do plano. Sabendo que $\frac{d(P;A)}{d(P;B)} = k, k \neq 1$, uma relação entre as coordenadas de A, B, P, e k é:

- a) $x^2 + y^2 + 2x \frac{k^2 x_2 - x_1}{1 - k^2} + 2y \frac{k^2 y_2 - y_1}{1 - k^2} = k^2 \frac{x_2^2 + y_2^2}{1 - k^2} + \frac{x_1^2 + y_1^2}{1 - k^2}$
b) $x^2 + y^2 - 2x \frac{k^2 x_2 - x_1}{1 - k^2} - 2y \frac{k^2 y_2 - y_1}{1 - k^2} = k^2 \frac{x_2^2 + y_2^2}{1 - k^2} - \frac{x_1^2 + y_1^2}{1 - k^2}$
c) $x^2 + y^2 - 2x \frac{k^2 x_2 - x_1}{1 - k^2} + 2y \frac{k^2 y_2 - y_1}{1 - k^2} = k^2 \frac{x_2^2 + y_2^2}{1 - k^2} + \frac{x_1^2 + y_1^2}{1 - k^2}$
d) $x^2 + y^2 - 2x \frac{k^2 x_2 - x_1}{1 - k^2} - 2y \frac{k^2 y_2 - y_1}{1 - k^2} = -k^2 \frac{x_2^2 + y_2^2}{1 - k^2} + \frac{x_1^2 + y_1^2}{1 - k^2}$
e) $x^2 + y^2 + 2x \frac{k^2 x_2 - x_1}{1 - k^2} + 2y \frac{k^2 y_2 - y_1}{1 - k^2} = k^2 \frac{x_2^2 + y_2^2}{1 - k^2} - \frac{x_1^2 + y_1^2}{1 - k^2}$

5) Suponha que $\frac{\cos 3x}{\cos x} = \frac{1}{3}$ para algum ângulo x , $0 \leq x \leq$

$\pi/2$. Determine o valor de $\frac{\sin 3x}{\sin x}$ para o mesmo x .

- a) $7/3$ b) $1/3$ c) $8/9$ d) $-5/12$ e) $-7/9$

6) Um jardineiro quer dispor triangularmente as 1830 árvores de um parque em filas, de maneira que a primeira fila tenha uma árvore, a segunda 2, a terceira 3, etc. Quantas filas terá esta disposição?

- a) 39 b) 48 c) 53 d) 60 e) 85

7) Analise as proposições:

I. Se $A = (-1; 5)$, $B = (2; 3)$ e P um ponto do plano tal que a área do triângulo ABP é 6, então P nunca pode ser do terceiro quadrante.

II. Sejam $P = (x_1, y_1)$, $Q = (x_2, y_2)$ pontos do primeiro quadrante satisfazendo $x_1^2 + y_1^2 = 10$ e $x_2 + y_1 = x_2 y_1$. OPQ tem orientação anti-horária. Então a área do triângulo OPQ não pode ser maior que $\frac{1}{2}$.

III. Sejam os pontos $R = (1; 3)$, $S = (5; -2)$, $P = (4; -9)$. Então existem reais t_1 e t_2 tais que P é o centro de massa do sistema de massas $\{R[t_1], S[t_2]\}$.

Assim, podemos afirmar que:

- A. () Somente I é falsa B. () Somente III é falsa
C. () Somente I é verdadeira D. () Somente II é verdadeira
E. () Todas são falsas

8) Dada a equação $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = a$, calcule os valores

de α tal que a equação admita somente raízes reais e distintas.

- a) não existe valor real para α b) $\alpha \in \mathbb{R} - \{-2; 2\}$
c) $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha \in]-2; 2[$ d) $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \alpha \in]4; +\infty[$
e) N. D. A.

9) Considere uma progressão geométrica tal que $a_m = x$, $a_n = y$ e $a_p = z$, que são os termos das posições m, n e p , respectivamente. Podemos afirmar que $x^{n-p} \cdot y^{p-m} \cdot z^{m-n}$ é igual a:

- A. () $(x \cdot y \cdot z)^{m \cdot n \cdot p}$ B. () $x^m \cdot y^n \cdot z^p$
C. () $(x \cdot y \cdot z)^{m+n+p}$ D. () 1
E. () $(2x \cdot y \cdot z)^{m \cdot n \cdot p}$

10) Seja $f(x) = x^2 + 6ax - a$, onde a é um parâmetro real. Se x_1 e x_2 são as raízes reais de $f(x) = 0$ (não necessariamente distintas), determine o menor valor da expressão

$$A = \frac{9a - 4a^2}{(1 + x_1)(1 + x_2)} - \frac{70a^3 + 1}{(1 - 6a - x_1)(1 - 6a - x_2)}.$$

- a) 0 b) $3/7$ c) $-17/9$ d) $44/23$ e) $-89/81$

GABARITO

1. E
2. E
3. B
4. E
5. A
6. D
7. B
8. D
9. D
10. E

"SE AS CONDIÇÕES FOREM FAVORÁVEIS, VENCEREMOS. SE AS CONDIÇÕES FOREM DESFAVORÁVEIS, AINDA ASSIM VENCEREMOS. E SE, DE TUDO, AS CONDIÇÕES FOREM TOTALMENTE DESFAVORÁVEIS MESMO ASSIM ESTAREMOS NO PÁREO." Ayrton Senna

Júlio Sousa

Email: contatos@rumoaoita.com