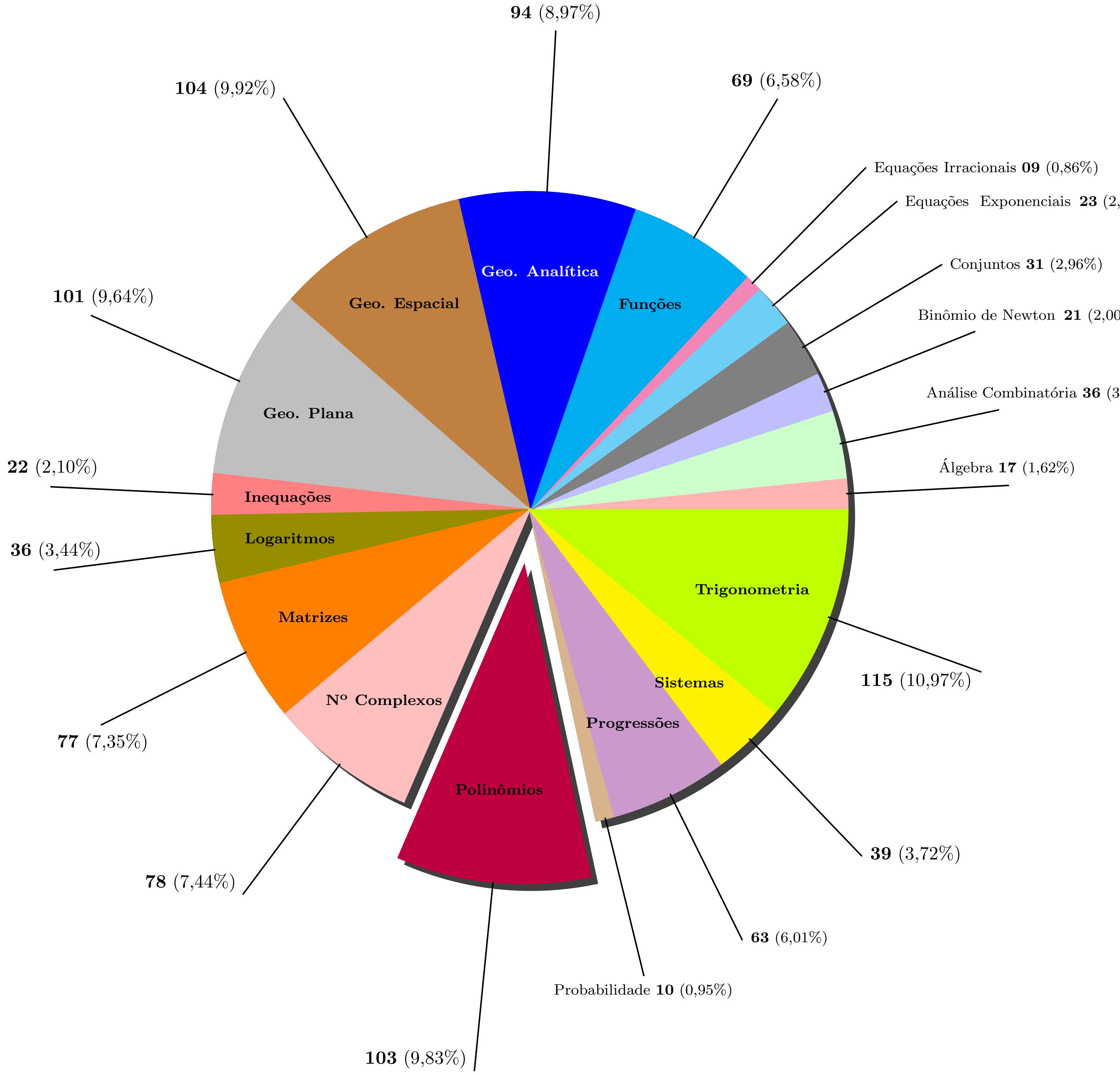
Distribuição das 1.048 Questões do I T A



➭01)(ITA) Seja $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{100}x^{100}$, onde $a_{100} = 1$, um polinômio divisível por $(x + 9)^{100}$. Nestas condições temos:

A) $a_2 = 50 \times 99 \times 9^{98}$ B) $a_2 = \dfrac{100!}{2!\,98!}$ C) $a_2 = \dfrac{99!}{2!\,98!}$ D) $a_2 = \dfrac{100!\,9^2}{2!\,98!}$ E) n. r. a.

➭02)(ITA) O coeficiente de $a^{n+1-p}b^p$ no produto de

$$a^k + \binom{k}{1}a^{k-1}b + \cdots \binom{k}{p}a^{k-p}b^p + \cdots + b^k \quad \text{por} \quad (a + b), \quad \text{se} \quad k = n, \quad \text{vale:}$$

A) $\binom{n}{p}$ B) $\binom{n+1}{p}$ C) $\binom{n-1}{p}$ D) $\binom{n+1}{p+1}$ E) n. r. a.

➭03)(ITA) Seja f uma função real tal que $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, para todo x real, onde a, b, c, d, são números reais. Se $f(x) = 0$ para todo x do conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, temos, então, que:

A) $f(6) = a + 1$ B) $f(6) = a + 2$ C) $f(6) = a + 3$ D) $f(6) = d$ E) n. r. a.

➭04)(ITA) Se $P(x)$ é um polinômio do 5º grau que satisfaz as condições:

$$1 = P(x) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) \text{ e } P(6) = 0,$$

então temos:

A) $P(0) = 4$ B) $P(0) = 3$ C) $P(0) = 9$ D) $P(0) = 2$ E) n. r. a.

➭05)(ITA) Considere o conjunto C dos polinômios $P(x)$ de grau 3, tais que $P(x) = P(-x)$, para todo x real. Temos, então, que:

A) C tem apenas dois elementos.

B) C é o conjunto de todos os polinômios da forma $P(x) = a_0x^3 + bx$.

C) C tem apenas um elemento.

D) C tem uma infinidade de elementos.

E) nenhuma das anteriores.

➭06)(ITA) Seja C o conjunto de todos os polinômios $P(x)$ de grau 2 que se anulam para $x = 1$ e $x = 2$. Seja D o conjunto de todos os polinômios $P(x)$ de grau 2 que se anulam para $x = 1$, $x = 2$ e $x = 3$. Então uma das afirmações abaixo é verdadeira.

A) $C = D$.

B) a união de C com D é igual a D.

C) C está contido em D.

D) D está contido em C.

E) nenhuma das anteriores.

➭07)(ITA) Os coeficientes A, B, C e D do polinômio $P(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ devem satisfazer certas relações para que $P(x)$ seja um cubo perfeito. Assinale a opção correta para que isto se verifique:

A) $D = \dfrac{C^2A}{3B}$

B) $C = \dfrac{B}{3A^3}$ e $D = \dfrac{B^2}{27A^3}$

C) $BC = 3A$ e $CD^2 = B^2A^2$

D) $C = \dfrac{B^2}{3A}$ e $D = \dfrac{B^3}{27A^2}$

E) nenhuma das anteriores.

➭08)(ITA) Dizemos que os polinômios $p_1(x)$, $p_2(x)$ e $p_3(x)$ são linearmente independentes (L. I.) se a relação $a_1p_1(x) + a_2p_2(x) + a_3p_3(x) + = 0$ implica $a_1 - a_2 - a_3 = 0$, onde a_1, a_2 e a_3 são números reais. Caso contrário, dizemos que $p_1(x)$, $p_2(x)$ e $p_3(x)$ são linearmente dependentes (L. D.). Os polinômios $p_1(x) = x^2 + 2x + 1$, $p_2(x) = x^2 + 1$ e $p_3(x) = x^2 + 2x + 2$, são:

A) L. I.

B) nem L. I. nem L. D.

C) L. I. se $p_1(x)$, $p_2(x)$ e $p_3(x)$ tiverem as raízes reais.

D) L. D.

E) nenhuma das anteriores.

➭09)(ITA) Se $\dfrac{6 - 5x}{x^3 - 5x^2 + 6x} = \dfrac{A}{x - a} + \dfrac{B}{x - b} + \dfrac{C}{x - c}$ onde A, B e C são raízes da equação:

$$x^3 - 5x^2 + 6x = 0, \text{ então:}$$

A) $A = -2; \quad B = -1; \quad C = 0$

B) $A = 2; \quad B = 4; \quad C = 1$

C) $A = 1; \quad B = -3; \quad C = 2$

D) $A = 5; \quad B = 2; \quad C = 1$

E) nenhuma das anteriores.

➭10)(ITA) Dividindo o polinômio $P(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ pelo polinômio $Q(x)$ obtemos o quociente $S(x) = 1 + x$ e o resto $R(x) = x + 1$. O polinômio $Q(x)$ satisfaz:

A) $Q(2) = 0$ B) $Q(3) = 0$ C) $Q(0) \neq 0$ D) $Q(1) \neq 0$ E) n. r. a.

➭11)(ITA) Os valores reais a e b, tais que os polinômios:

$$x^3 - 2ax^2 + (3a + b)x - 3b \qquad \text{e} \qquad x^3 - (a + 2b)x + 2a$$

sejam divisíveis por $x + 1$, são:

A) dois números inteiros positivos.

B) dois números inteiros negativos.

C) números inteiros, sendo que um é positivo e o outro negativo.

D) dois números reais, sendo um racional e o outro irracional.

E) nenhuma das respostas anteriores.

➪12)(ITA) Se dividirmos um polinômio $P(x)$ por $x - 2$ o resto é 13 e se dividirmos $P(x)$ por $(x - 2)$ o resto é 5. Supondo que $R(x)$ é o resto da divisão de $P(x)$ por $x^2 - 4$, podemos afirmar que o valor de $R(x)$, para $x = 1$ é:

A) zero B) 7 C) 9 D) 11 E) n. r. a.

➪13)(ITA) Suponhamos que os polinômios $P(x)$, $Q(x)$, $p(x)$ e $q(x)$ satisfazem as seguintes condições:

$$P(x)\cdot p(x) + Q(x)\cdot q(x) = 1 \quad \text{para todo } x \text{ complexo} \quad P(q(1)) = 0, \quad Q(0) = 0$$

Assinale a afirmação correta:

A) $P(x)$ é divisível por $S(x) = x$.

B) $P(x)$ e $Q(x)$ não são primos entre si.

C) $Q(p(1)) = 0$

D) $p(x)$ não é divisível por $R(x) = x - 1$.

E) $p(0) = 0$

➪14)(ITA) A equação $a_0x^5 + a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5 = 0$

A) só admite uma raiz de multiplicidade 5.

B) se tiver apenas 2 raízes de multiplicidade 1, existe uma raiz de multiplicidade 2.

C) se tiver uma raiz de multiplicidade 3, tem duas raízes de multiplicidade 1.

D) se tiver apenas 4 raízes distintas, uma delas tem multiplicidade 2.

E) se tiver uma raiz real, todas serão reais.

➪15)(ITA) Considere os polinômios $a_0x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4$, de grau 4, tais que $P(2) = P(3) = P(4) = P(r) = 0$, onde $r \notin \{2, 3, 4\}$. Temos, então, necessariamente:

A) $a_0 > 4$ B) $a_0 < 0$ C) $a_0 = 0$ D) $a_0 > 0$ E) n. r. a.

➪16)(ITA) Seja a equação $P(x) = 0$, onde $P(x)$ é um polinômio de grau m. Se $P(x)$ admite uma raiz inteira, então $P(-1)\cdot P(0)\cdot P(1)$ necessariamente:

A) vale 5. B) vale 3. C) é divisível por 5. D) é divisível por 3. E) n. r. a.

➪17)(ITA) Se a, b, c, são raízes da equação $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$, então o valor de $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ é:

A) $\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) n. r. a.

➪18)(ITA) Sendo a, b, c, d as raízes da equação $2x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 7x + 2 = 0$, podemos afirmar que:

A) a, b, c, d são reais positivas.

B) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ é igual a $\frac{13}{5}$

C) $\frac{1}{bcd} + \frac{1}{acd} + \frac{1}{abd} + \frac{1}{abc}$ é a soma das raízes.

D) a, b, c, d não são reais.

E) nenhuma das anteriores.

➪19)(ITA) Seja a equação do 4º grau $x^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t = 0$, onde q, r, s, t, são números racionais não nulos tais que: L, M, N, P são raízes reais dessa equação. O valor de:

$$\frac{L}{MNP} + \frac{M}{LNP} + \frac{N}{LMP} + \frac{P}{LMN} \quad \text{é:}$$

A) $\frac{(q^2 - 2r)}{t}$ B) $\frac{(q^2 - r + s)}{t}$ C) $\frac{(q^2 - r)}{t}$ D) $\frac{q}{r} + \frac{r}{s} + \frac{s}{t} + \frac{t}{q}$ E) n. r. a.

➪20)(ITA) Os valores reais de a e b, para as quais as equações $x^3 + ax^2 + 18 = 0$ e $x^3 + bx + 12 = 0$ têm duas raízes comuns, são:

A) $a = 1; \ b = 2$ B) $a = -1; \ b = 4$ C) $a = 5; \ b = 3$ D) $a = -4; \ b = 1$

E) nenhuma das anteriores.

➪21)(ITA) Os valores de α, β e γ que tornam o polinômio

$$P(x) = 4x^5 + 2x^4 - 2x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma$$

divisível por $Q(x) = 2x^3 + x^2 - 2x + 1$ satisfazem as desigualdades:

A) $\alpha > \beta > \gamma$ B) $\alpha > \gamma > \beta$ C) $\beta > \alpha > \gamma$ D) $\beta > \gamma > \alpha$ E) $\gamma > \alpha > \beta$

➪22)(ITA) Na divisão de $P(x) = a_5x^5 + 2x^4 + a_4x^3 + 8x^2 - 32x + a_3$ por $x - 1$, obteve-se o quociente $Q(x) = b_4x^4 + b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0$ e o resto –6. Sabe-se que (b_4, b_3, b_2, b_1) é uma progressão geométrica de razão $q > 0$ e $q \neq 1$. Podemos afirmar:

A) $b_3 + a_3 = 10$ B) $b_4 + a_4 = 6$ C) $b_3 + b_0 = 12$ D) $b_4 + b_1 = 16$

E) n. r. a.

➭23)(ITA) Sabendo-se que o polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + 2x - 2$ é divisível por $(x+1)$ e por $(x-2)$, podemos afirmar que:

A) a e b têm sinais opostos e são inteiros.

B) a e b têm o mesmo sinal e são inteiros.

C) a e b têm sinais opostos e são racionais não inteiros.

D) a e b têm o mesmo sinal e são racionais não inteiros.

E) somente a_4 é inteiro.

➭24)(ITA) Se $P(x)$ e $Q(x)$ são polinômios com coeficientes reais, de graus 2 e 4 respectivamente, tais que $P(i) = 0$ e $Q(i) = 0$, então podemos afirmar que:

A) $P(x)$ é divisível por $x + 1$.

B) $P(x)$ é divisível por $x - 1$.

C) $P(x) \cdot Q(x)$ é divisível por $x^4 + 2x^2 + 1$.

D) $P(x)$ e $Q(x)$ são primos entre si.

E) $Q(x)$ não é divisível por $P(x)$.

Nota: i é a unidade imaginária do conjunto dos números complexos.

➭25)(ITA) O valor absoluto da soma das duas menores raízes da equação:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 4 \quad \text{é:}$$

A) 2 B) 3 C) $\frac{4-\sqrt{3}}{2}$ D) 4 E) n. r. a.

➭26)(ITA) Seja S o conjunto de todas as raízes da equação:

$$12x^3 - 16x^2 - 3x + 4 = 0.$$

Podemos afirmar que:

A) $S \subset]-1, 0[\cup]0, 1[\cup]1, 2[$

B) $S \subset]-2, -1[\cup]0, 1[\cup]3, 4[$

C) $S \subset [0, 4]$

D) $S \subset]-2, -1[\cup]1, 2[\cup]3, 4[$

E) n. r. a.

➭27)(ITA) Os valores de m, de modo que a equação $x^3 - 6x^2 - m^2x + 30 = 0$ tenha duas de suas raízes somando um, são:

A) 0 B) $\sqrt{3}$ e 3 C) 1 e –1 D) 2 e –2 E) n. r. a.

➭28)(ITA) Sejam a, b e c constantes reais com $a \neq 0$ formando, nesta ordem, uma progressão aritmética e tais que a soma das raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ é $-\sqrt{2}$. Então uma relação válida entre b e c é:

A) $c = \frac{b}{\sqrt{2}}(\sqrt{2} - 1)$ B) $c = b(2 - \sqrt{2})$ C) $c = b(\sqrt{2} - 1)$ D) $c = b\sqrt{2}$ E) $c = \frac{b}{2}(4 - \sqrt{2})$

➭29)(ITA) Considere os números reais não nulos a, b, c e d em progressão geométrica tais que a, b, e c são raízes da equação (em x) $x^3 + Bx^2 - 2Bx + D = 0$, onde B e D são números reais e $B > 0$. Se $cd - ac = -2B$, então:

A) $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ e $b^2 + c^2 + d^2 = \frac{16B^2}{B^2 + 4B}$

B) $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ e $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{16B}{B^2 + 4}$

C) $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ e $b^2 + c^2 + d^2 = \frac{16B}{B + 4}$

D) $(a^2 + b^2 + c^2)(b + c + d) = (ab + bc + cd)^2$ e $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{16B}{B + 4}$

E) $(a^2 + b^2 + c^2)(b + c + d) = (ab + bc + cd)^2$ e $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{B + 4}{16B}$

➭30)(ITA) Seja $p(x) = 16x^5 - 78x^4 + \cdots + \alpha x - 5$ um polinômio de coeficientes reais tal que a equação $p(x) = 0$ admite mais do que uma raiz real e, ainda, $a + bi$ é uma raiz complexa desta equação com $ab \neq 0$. Sabendo-se que $\frac{1}{a}$ é a razão da progressão geométrica formada pelas raízes reais de $p(x) = 0$ e que a soma destas raízes vale $\frac{7}{8}$ enquanto o produto é $\frac{1}{64}$, o valor de α é:

A) 32 B) 56 C) 71 D) 11 E) 0

➭31)(ITA) Sabendo-se que a equação $ax^4 + bx^3 + 5x + 3 = 0$ é recíproca e tem o 1 como raiz, o produto das raízes reais desta equação é:

A) 2 B) –1 C) 1 D) 3 E) 4

➭32)(ITA) Sejam a e b constantes reais. Sobre a equação:

$$x^4 - (a + b)x^3 + (ab + 2)x^2 - (a + b)x + 1 = 0$$

podemos afirmar que:

A) Não possui raiz real se $a < b < -3$.

B) Não possui raiz real se $a > b > 3$.

C) Todas as raízes são reais se $|a| \geqslant 2$ e $|b| \geqslant 2$.

D) Possui pelo menos uma raiz real se $-1 < a \leqslant b < 1$.

E) N. d. a.

➩33)(ITA) Considere as afirmações:
(I) — A equação $3x^4 - 10x^3 + 10x - 3 = 0$ só admite raízes reais.
(II) – Toda equação recíproca admite um número par de raízes.
(III)– As raízes da equação $x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0$ são exatamente o dobro das raízes de $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$.
Então:

A) Apenas (I) é verdadeira.
B) Apenas (II) é falsa.
C) Apenas (III) é verdadeira.
D) Todas são verdadeiras.
E) N. d. a.

➩34)(ITA) Seja a um número real tal que o polinômio:

$$p(x) = x^6 + 2x^5 + ax^4 - ax^2 - 2x - 1$$

admite apenas raízes reais. Então:

A) $a \in [2, \infty[$. B) $a \in [-1, 1]$. C) $a \in]-\infty, -7]$. D) $a \in [-2, -1[$. E) $a \in]1, 2[$.

➩35)(ITA) Seja $p(x)$ um polinômio de grau 4 com coeficientes reais. Na divisão de $p(x)$ por $x - 2$ obtém-se um quociente $q(x)$ e resto igual a 26. Na divisão de $p(x)$ por $x^2 + x - 1$ obtém-se um quociente $h(x)$ e resto $8x - 5$. Sabe-se que $q(0) = 13$ e $q(1) = 26$. Então, $h(2) + h(3)$ é igual a:

A) 16 B) zero C) –47 D) –28 E) 1

➩36)(ITA) O valor da soma $a + b$ para que as raízes do polinômio $4x^4 - 20x^3 + ax^2 - 25x + b$ estejam em progressão aritmética de razão $\frac{1}{2}$ é:

A) 36 B) 41 C) 26 D) –27 E) –20

➩37)(ITA) O polinômio com coeficientes reais:

$$P(x) = x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

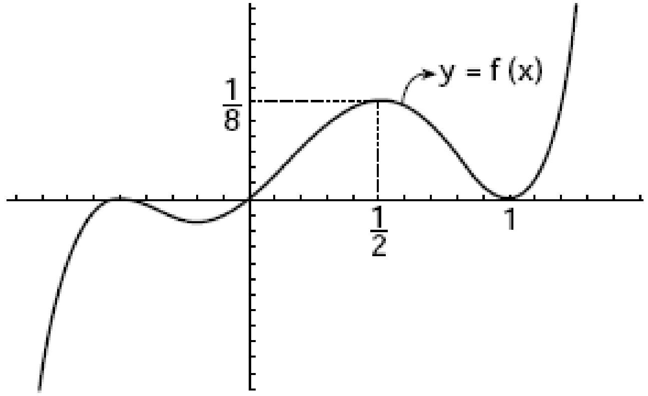
tem duas raízes distintas, cada uma delas com multiplicidade 2, e duas de suas raízes são 2 e i. Então, a soma dos coeficientes é igual a:

A) –4 B) –6 C) –1 D) 1 E) 4

➩38)(ITA) A divisão de um polinômio $f(x)$ por $(x - 1)(x - 2)$ tem resto $x + 1$. Se os restos das divisões de $f(x)$ por $x - 1$ e $x - 2$ são, respectivamente, os números a e b, então $a^2 + b^2$ vale:

A) 13 B) 5 C) 2 D) 1 E) 0

➩39)(ITA) Com base no gráfico da função polinomial $y = f(x)$ esboçado abaixo, responda qual é o resto da divisão de $f(x)$ por $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 1)$.



➩40)(ITA) Dividindo-se o polinômio $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^2 + cx + 1$ por $(x - 1)$, obtém-se resto igual a 2. Dividindo-se $P(x)$ por $(x + 1)$, obtém-se resto igual a 3. Sabendo que $P(x)$ é divisível por $(x - 2)$, tem-se que o valor de $\frac{ab}{c}$ é igual a:

A) –6 B) –4 C) 4 D) 7 E) 9

➩41)(ITA) Seja $k \in \mathbb{R}$ tal que a equação $2x^3 + 7x^2 + 4x + k = 0$ possua uma raiz dupla e inteira x_1 e uma raiz x_2, distinta de x_1. Então, $(k + x_1)x_2$ é igual a:

A) –6 B) –3 C) 1 D) 2 E) 8

➩42)(ITA) Sejam a, b, c e d constantes reais. Sabendo que a divisão de $P_1(x) = x^4 + ax^2 + b$ por $P_2(x) = x^2 + 2x + 4$ é exata, e que a divisão de $P_3(x) = x^3 + cx^2 + dx - 3$ por $P_4(x) = x^2 - x + 2$ tem resto igual a –5, determine o valor de $a + b + c + d$.

➩43)(ITA) Para algum número real r, o polinômio $8x^3 - 4x^2 - 42x + 45$ é divisível por $(x - r)^2$. Qual dos números abaixo está mais próximo de r ?

A) 1,62 B) 1,52 C) 1,42 D) 1,32 E) 1,22

➩44)(ITA) Dada a equação $x^3 + (m + 1)x^2 + (m + 9)x + 9 = 0$, em que m é uma constante real, considere as seguintes afirmações:
I. Se $m \in]-6, 6[$, então existe apenas uma raiz real.

II. Se $m = -6$ ou $m = +6$, então existe raiz com multiplicidade 2.

III. $\forall m \in \mathbb{R}$, todas as raízes são reais.

Então, podemos afirmar que é (são) verdadeira(s) apenas:

A) I B) II C) III D) II e III E) I e II

➪45)(ITA) Considere a equação $x^3 + 3x^2 - 2x + d = 0$, em que d é uma constante real. Para qual valor de d a equação admite uma raiz dupla no intervalo $]0, 1[$?

➪46)(ITA) Em que intervalo estão as raízes reais da equação:

$$x^5 - 5x^4 + 2x^3 - 6x - 9 = 0\,?$$

A) $[150; 200]$ B) $[-14; -12]$ C) $[12; 13]$ D) $[-10; 10]$ E) n. r. a.

➪47)(ITA) Seja $P(x)$ um polinômio divisível por $x - 1$. Dividindo-o por $x^2 + x$, obtêm-se o quociente $Q(x) = x^2 - 3$ e o resto $R(x)$. Se $R(4) = 10$, então o coeficiente do termo de grau 1 de $P(x)$ é igual a:

A) –5 B) –3 C) –1 D) 1 E) 3

➪48)(ITA) No desenvolvimento de $(ax^2 - 2bx + c + 1)^5$ obtém-se um polinômio $p(x)$ cujos coeficientes somam 32. Se 0 e –1 são raízes de $p(x)$, então a soma $a + b + c$ é igual a:

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

➪49)(ITA) O número complexo $2 + i$ é raiz do polinômio

$$f(x) = x^4 + x^3 + px^2 + x + q,$$

com $p, q \in \mathbb{R}$. Então, a alternativa que mais se aproxima da soma das raízes reais de f é:

A) 4 B) –4 C) 6 D) 5 E) –5

➪50)(ITA) Seja p um polinômio com coeficientes reais, de grau 7, que admite $1 - i$ como raiz de multiplicidade 2. Sabe-se que a soma e o produto de todas as raízes de p são, respectivamente, 10 e –40. Sendo afirmado que três raízes de p são reais e distintas e formam uma progressão aritmética, então, tais raízes são:

A) $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{193}}{6}, 3, \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{193}}{6}$ B) $2 - 4\sqrt{13}, 2, 2 + 4\sqrt{13}$ C) $-4, 2, 8$ D) $-2, 3, 8$ E) $-1, 2, 5$

➪51)(ITA) Sobre o polinômio $p(x) = x^5 - 5x^3 + 4x^2 - 3x - 2$ podemos afirmar que:

A) $x = 2$ não é raiz de p.

B) p só admite raízes reais, sendo uma delas inteira, duas racionais e duas irracionais.

C) p admite uma única raiz real, sendo ela uma raiz inteira.

D) p só admite raízes reais, sendo duas delas inteiras.

E) p admite somente 3 raízes reais, sendo uma delas inteira e duas irracionais.

➪52)(ITA) Considere o polinômio $p(x) = x^3 - (a + 1)x + a$, onde $a \in \mathbb{Z}$. O conjunto de todos os valores de a, para os quais o polinômio $p(x)$ só admite raízes inteiras, é:

A) $\{2n, n \in \mathbb{N}\}$. B) $\{4n^2, n \in \mathbb{N}\}$. C) $\{6n^2 - 4n, n \in \mathbb{N}\}$. D) $\{n(n + 1), n \in \mathbb{N}\}$. E) $\mathbb{N}$.

➪53)(ITA) Considere: um retângulo cujos lados medem B e H, um triângulo isósceles em que a base e a altura medem, respectivamente, B e H, e o círculo inscrito neste triângulo. Se as áreas do retângulo, do triângulo e do círculo, nesta ordem, formam uma progressão geométrica, então $\frac{B}{H}$ é uma raiz do polinômio:

A) $\pi^3x^3 + \pi^2x^2 + \pi x - 2 = 0$.

B) $\pi^2x^3 - \pi^3x^2 + x + 1 = 0$

C) $\pi^3x^3 + \pi^2x^2 + \pi x 2 2 = 0$

D) $\pi x^3 - \pi^2x^2 + 2\pi x - 1 = 0$

E) $x^3 - 2\pi^2x^2 + \pi x - 1 = 0$

➪54)(ITA) Sendo c um número real a ser determinado, decomponha o polinômio $9x^2 - 63x + c$, numa diferença de dois cubos

$$(x + a)^3 - (x + b)^3.$$

Neste caso, $|a + |b| - c|$ é igual a:

A) 104 B) 114 C) 124 D) 134 E) 144

➪55)(ITA) Um polinômio P é dado pelo produto de 5 polinômios cujos graus formam uma progressão geométrica. Se o polinômio de menor grau tem grau igual a 2 e o grau de P é 62, então o de maior grau tem grau igual a:

A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

➪56)(ITA) Considere o polinômio $p(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 - a_1$, em que uma das raízes é $x = -1$. Sabendo-se que a_1, a_2, a_3, a_4 e a_5 são reais e formam, nesta ordem, uma progressão aritmética com $a_4 = \frac{1}{2}$ então $p(-2)$ é igual a:

A) –25 B) –27 C) –36 D) –39 E) –40

➪57)(ITA) Sobre a equação polinomial $2x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 1 = 0$, sabemos que os coeficientes

a, b, c são reais, duas de suas raízes são inteiras e distintas e $\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$ também é sua raiz. Então, o máximo de a, b, c é igual a:

A) –1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

➭58)(ITA) É dada a equação polinomial

$$(a + c + 2)x^3 + (b + 3c + 1)x^2 + (c - a)x + (a + b + 4) = 0$$

com a, b, c reais. Sabendo-se que esta equação é recíproca de primeira espécie e que 1 é uma raiz, então o produto abc é igual a:

A) –2 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

➭59)(ITA) Sejam $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$. Considere o polinômio $p(x)$ dado por:

$$x^5 - 9x^4 + (\alpha - \beta - 2\gamma)x^3 + (\alpha + 2\beta + 2\gamma - 2)x^2 + (\alpha - \beta - \gamma + 1)x + (2\alpha + \beta + \gamma - 1).$$

Encontre todos os valores de α, β e γ de modo que $x = 0$ seja uma raiz com multiplicidade 3 de $p(x)$.

➭60)(ITA) O polinômio de grau 4:

$$(a + 2b + c)x^4 + (a + b + c)x^3 - (a - b)x^2 + (2a - b + c)x + 2(a + c),$$

com $a, b, c \in \mathbb{R}$, é uma função par. Então, a soma dos módulos de suas raízes é igual a:

A) $3 + \sqrt{3}$ B) $2 + 3\sqrt{3}$ C) $2 + \sqrt{2}$ D) $1 + 2\sqrt{2}$ E) $2 + 2\sqrt{2}$

➭61)(ITA) Considere as funções $f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x - 1$ e $g(x) = x^2 - 2x + 1$. A multiplicidade das raízes não reais da função composta $f \circ g$ é igual a:

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

➭62)(ITA) Suponha que os coeficientes reais a e b da equação $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ são tais que a equação admite solução não real r com $|r| \neq 1$. Das seguintes afirmações:

I. A equação admite quatro raízes distintas, sendo todas não reais.
II. As raízes podem ser duplas.
III. Das quatro raízes, duas podem ser reais.

é(são) verdadeira(s):

A) apenas I. B) apenas II. C) apenas III. D) apenas II e III. E) nenhuma.

➭63)(ITA) Suponha que a equação algébrica:

$$x^{11} + \sum_{n=1}^{10} a_n x^n + a_0 = 0$$

tenha coeficientes reais $a_0, a_1, \cdots, a_{10}$ tais que as suas onze raízes sejam todas simples e da forma $\beta + i\gamma_n$, em que $\beta, \gamma_n \in \mathbb{R}$, e os γ_n, $n = 1, 2, \cdots, 11$, formam uma progressão aritmética de razão real $\gamma \neq 0$. Considere as três afirmações abaixo e responda se cada uma delas é, respectivamente, verdadeira ou falsa, justificando sua resposta:

I. Se $\beta = 0$, então $a_0 = 0$.
II. Se $a_{10} = 0$, então $\beta = 0$.
III. Se $\beta = 0$, então $a_1 = 0$.

➭64)(ITA) A equação $4x^3 - 3x^2 + 4x - 3 = 0$ admite uma raiz igual a i (unidade imaginária). Deduzimos então que:

A) tal equação não admite raiz real menor que 2.

B) tal equação admite como raiz um número racional.

C) tal equação não admite como raiz um número positivo.

D) tal equação não possui raiz da forma bi, com $b < 1$.

E) n. r. a.

➭65)(ITA) A equação $3x^5 - x^4 + 3x^3 - x^2 + 3x - 1 = 0$ possui:

A) três raízes imaginárias e duas raízes reais positivas.

B) pelo menos uma raiz real positiva.

C) todas as raízes inteiras.

D) uma única raiz imaginária.

E) n. r. a.

➭66)(ITA) Seja $\mathbb{R}$ o corpo dos números reais. Em relação a equação:

$$5x^3 - 15x^2 - 15x - 20 = 0, \quad x \in \mathbb{R}$$

podemos afirmar que:

A) não tem solução inteira.

B) tem somente uma solução.

C) tem somente duas soluções distintas.

D) tem três soluções distintas.

E) nenhuma das anteriores.

➯67)(ITA) Para que a equação $2x^4 + bx^3 - bx - 2 = 0$ tenha quatro soluções reais e distintas devemos ter:

A) b um número real qualquer. B) $b = 0$ C) $b > 0$ D) $b < -1$ E) $b > 4$

➯68)(ITA) Se $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$, a expressão:

$$(x - 2)(x - 1)\,x\,(x + 1)(x + 2) \quad \text{assume:}$$

A) 5 valores diferentes. B) 4 valores diferentes. C) 3 valores diferentes. D) 2 valores diferentes. E) um único valor.

➯69)(ITA) A soma dos quadrados das raízes da equação $2x^3 - 8x^2 - 60x + k = 0$, ($k$ constante) é:

A) $76 + k^2$ B) $(34 + k)^2$ C) 66 D) 76 E) n. d. a

➯70)(ITA) Sejam $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_6$ raízes do polinômio:

$$P(x) = 6x^6 - 35x^5 + 56x^4 - 56x^2 + 35x - 6, \quad \text{então:}$$

A) $P(x)$ admite mais de duas raízes negativas. B) $\sum_{j=1}^{6} x_j > \sum_{j=1}^{6} \frac{1}{x_j}$ C) $P(x)$ admite duas raízes irracionais.

D) $\sum_{j=1}^{6} x_j = 0$ pois $P(x) = 0$ é urna equação recíproca. E) n. r. a.

➯71)(ITA) Resolva a equação:

$$6x^6 - 35x^5 + 56x^4 - 56x^2 + 35x - 6 = 0.$$

➯72)(ITA) Se a, b e c são raízes da equação $x^3 - rx + 20 = 0$, onde r é um número real, podemos afirmar que o valor de $a^3 + b^3 + c^3$ é:

A) –60 B) $62 + r$ C) $62 + r^2$ D) $62 + r^3$ E) $62 - r$

➯73)(ITA) A soma dos quadrados das raízes da equação:

$$x^3 + \sqrt{5}\,x^2 + 2\sqrt{3}\,x + 8 = 0 \quad \text{é igual a:}$$

A) 5 B) $5 - 4\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{5}$ D) $9 + \sqrt{5} + 2\sqrt{3}$ E) n. r. a.

➯74)(ITA) A equação $x^n - 1 = 0$, onde n é um número natural maior que 5, tem:

A) 1 raiz positiva, 1 raiz negativa e $(n - 2)$ raízes complexas quando n é par.

B) 1 raiz positiva e $(n - 1)$ raízes não-reais complexas quando n é par.

C) 1 raiz negativa e $(n - 1)$ raízes complexas quando n é ímpar.

D) 1 raiz positiva, 1 raiz negativa e $(n - 2)$ raízes complexas quando n é um número natural qualquer.

E) n. r. a.

➯75)(ITA) A respeito da equação $(x^2 + 3x + 2)^2 - 8(x^2 + 2x) - 8x = 4$, podemos afirmar que:

A) todas as raízes são inteiras.

B) uma raiz é nula e as outras positivas.

C) a soma dos módulos das raízes é 6.

D) o módulo da maior raiz é 5.

E) n. r. a.

➯76)(ITA) Os zeros da função $P(x) = 3x^6 - 8x^5 + 3x^4 + 2x^3$ são:

A) todos inteiros.

B) 2 imaginários puros e 4 reais.

C) todos racionais.

D) 4 racionais e 2 irracionais.

E) n. r. a.

➯77)(ITA) Seja $\mathbb{R}$ o corpo dos números reais. Em relação à equação:

$$5x^3 - 15x^2 - 15x - 20 = 0, \quad x \in \mathbb{R},$$

podemos afirmar que:

A) não tem solução.

B) tem somente uma solução.

C) tem duas soluções distintas.

D) tem três soluções distintas.

E) n. r. a.

➯78)(ITA) O conjunto dos valores de k para os quais $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3 - k$ tem um ou três zeros reais entre 1 e 2, é:

A) $k < 2$ B) $1 < k < 2$ C) $2 > k$ ou $k < 6$ D) $k > 7$ E) n. r. a.

➯79)(ITA) A divisão de um polinômio $P(x)$ por $x^2 - x$ resulta no quociente $6x^2 + 5x + 3$ e resto $-7x$. O resto da divisão de $P(x)$ por $2x + 1$ é igual a:

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

➯80)(ITA) O conjunto de valores de k, para os quais $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - k$ tem um ou três zeros reais entre 1 e 2, é:

A) $k < 2$ B) $1 < k < 2$ C) $2 > k$ ou $k > 6$ D) $k > 7$ E) n. r. a.

➭81)(ITA) Calculando as raízes simples e múltiplas da equação:

$$x^6 - 3x^5 + 6x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$$

podemos afirmar que esta equação tem:

A) uma raiz simples, duas duplas e uma tripla.

B) uma raiz simples, uma dupla e uma tripla.

C) duas raízes simples, uma dupla e uma tripla.

D) duas raízes simples e duas duplas.

E) duas raízes simples e uma tripla.

➭82)(ITA) Dado o polinômio P definido por $P(x) = sen(\theta) - tg(\theta)x + (sec^2\theta)x^2$ os valores de θ no intervalo $[0, 2\pi]$ tais que P admita somente raízes reais são:

A) $0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}$

B) $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ou $\pi < \theta < 3\frac{\pi}{2}$

C) $\pi \leqslant \theta \leqslant 3\frac{\pi}{2}$ ou $3\frac{\pi}{2} < \theta \leqslant 2\pi$

D) $0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{3}$

E) $\frac{\pi}{2} \leqslant \theta < 3\frac{\pi}{2}$

➭83)(ITA) Sejam:

$$P(x) = x^4 + a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 \quad \text{e} \quad Q(x) = a_3x^4 + a_2x^3 + a_1x^2 + a_0x$$

dois polinômios. Sabendo-se que $P(x) > 0$ para todo x real, temos, então, que:

A) $Q(a_3) > -2$ B) $Q(a_3) \leqslant -3$ C) $-2 < Q(a_3) < -1$ D) $Q(a_3) < -3$ E) n. r. a.

➭84)(ITA) Sabendo que $4 + i\sqrt{2}$ e $\sqrt{5}$ são raízes do polinômio $2x^5 - 22x^4 + 74x^3 + 2x^2 - 420x + 540$, então a soma dos quadrados de todas as raízes é:

A) 47 B) 49 C) 51 D) 53 E) 55

➭85)(ITA) Sabendo que o polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + 2x - 2$ é divisível por $(x + 1)$ e por $(x - 2)$, podemos afirmar que:

A) a e b têm sinais opostos e são inteiros.

B) a e b têm o mesmo sinal e são inteiros.

C) a e b têm sinais opostos e são racionais não-inteiros.

D) a e b têm o mesmo sinal e são racionais não-inteiros.

E) somente a é inteiro.

➭86)(ITA) Seja S o conjunto de todas as raízes da equação $2x^6 - 4x^5 + 4x - 2 = 0$. Sobre os elementos de S podemos afirmar que:

A) todos os números são reais,

B) quatro são números reais positivos.

C) quatro não são números reais.

D) três são números reais positivos e dois não são reais.

E) três são números reais negativos.

➭87)(ITA) Determine o polinômio P de 3º grau que apresenta uma raiz nula e satisfaz a condição $P(x - 1) = P(x) + (2x)^2$ para todo x real. Com o auxílio deste, podemos calcular a soma $2^2 + 4^2 \cdots + (2n)^2$, onde n é um número natural, que é igual a:

A) $\frac{4}{3}n^3 - 2n^2 - \frac{2}{3}n$ B) $\frac{4}{3}n^3 + 2n^2 + \frac{2}{3}n$ C) $\frac{4}{3}n^3 - 2n^2 + \frac{2}{3}n$ D) $4n^3 + 2n^2 + n$ E) $n^3 + n^2 + 2n$

➭88)(ITA) As equações $x^3 + ax^2 + 18 = 0$ e $x^3 + nbx + 12 = 0$, onde a e b são constantes reais e n um inteiro, têm duas raízes comuns. Das afirmativas abaixo, qual é a verdadeira?

A) As raízes não comuns às equações têm sinais opostos.

B) As raízes não comuns às equações são negativas quando a é negativo.

C) A soma das raízes não comuns às equações é 5.

D) b e n possuem o mesmo sinal.

E) As raízes comuns às equações dependem de n.

➭89)(ITA) Multiplicando por 2 as raízes da equação $x^3 - 2x^2 + 2x - 1 = 0$ vamos obter raízes da seguinte equação:

A) $2y^3 - 6y^2 + 6y - 4 = 0.$ B) $y^3 - 4y^2 + 8y - 8 = 0.$ C) $8y^3 - 8y^2 + 4y - 1 = 0.$

D) $y^3 - 8y^2 + 8y + 8 = 0.$ E) $4y^3 - 4y^2 - 4y - 8 = 0.$

➭90)(ITA) Considere $Q(x)$ e $R(x)$, respectivamente, o quociente e o resto da divisão de um polinômio $A(x)$ pelo trinômio $B(x) = -x^2 + 5x - 6$. Admita que o grau de $A(x)$ é quatro e que os restos da divisão de $A(x)$ por $x + 1$ e $x - 2$ são, respectivamente , 3 e -1.
Supondo também que $Q(x)$ é divisível por $x + 1$, obtenha (x).

➭91)(ITA) Sabendo-se que a equação, de coeficientes reais:

$$x^6 - (a + b + c)x^5 + 6x^4 + (a - 2b)x^3 - 3cx^2 + 6x - 1 = 0$$

é uma equação recíproca de segunda classe, então o número de raízes reais desta equação é:

A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

➩92)(ITA) A identidade

$$\frac{x^3+4}{x^3+1} = 1 + \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1},$$

é válida para todo número real $x \neq -1$. Então $a+b+c$ é igual a:

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

➩93)(ITA) As raízes da equação de coeficientes reais $x^3+ax^2+bx+c=$ são inteiros positivos consecutivos. A soma dos quadrados dessas raízes é igual a 14. Então $a^2+b^2+c^2$ é igual a:

A) 190 B) 191 C) 192 D) 193 E) 194

➩94)(ITA) Seja $P(x)$ um polinômio de grau 5, com coeficientes reais, admitindo 2 e i como raízes. Se $P(1)P(-1) < 0$, então o número de raízes reais de $P(x)$ pertencentes ao intervalo $]-1,1[$ é:

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

➩95)(ITA) Considere o polinômio:

$$p(z) = z^6 + 2z^5 + 6z^4 + 12z^3 + 8z^2 + 16z.$$

Sobre as raízes da equação $p(z)=0$, podemos afirmar que:

A) apenas uma é real.

B) apenas duas raízes são reais e distintas.

C) apenas duas raízes são reais e iguais.

D) quatro raízes são reais, sendo duas a duas distintas.

E) quatro raízes são reais, sendo apenas duas iguais.

➩96)(ITA) Seja S o conjunto de todas as raízes da equação $2x^6 - 4x^5 + 4x - 2 = 0$. Sobre os elementos de S podemos afirmar que:

A) todos são números reais.

B) 4 são números reais positivos.

C) 4 não são números reais.

D) 3 são números reais positivos e 2 não são reais.

E) 3 são números reais negativos.

➩97)(ITA) Sejam $p_1(x)$, $p_2(x)$ e $p_3(x)$ polinômios na variável real x de graus n_1, n_2 e n_3, respectivamente, com $n_1 > n_2 > n_3$. Sabe-se que $p_1(x)$ e $p_2(x)$ são divisíveis por $p_3(x)$. Seja $r(x)$ o resto da divisão de $p_1(x)$ por $p_2(x)$. Considere as afirmações:

(I) $r(x)$ é divisível por $p_3(x)$.

(II) $p_1(x) - \frac{1}{2}p_2(x)$ é divisível por $p_3(x)$.

(III) $p_1(x)r(x)$ é divisível por $[p_3(x)^2]$.

Então:

A) apenas (I) e (II) são verdadeiras.

B) apenas (II) é verdadeira.

C) apenas (I) e (III) são verdadeiras.

D) todas as afirmações são verdadeiras.

E) todas as afirmações são falsas.

➩98)(ITA) Seja $p(x)$ um polinômio de grau 3 tal que $p(x) = p(x+2) - x^2 - 2$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Se –2 é uma raiz de $p(x)$, então o produto de todas as raízes de $p(x)$ é:

A) 36 B) 18 C) –36 D) –18 E) 1

➩99)(ITA) A equação polinomial $p(x) = 0$ de coeficientes reais e grau 6 é recíproca de 2ª espécie e admite i como raiz.
Se $p(2) = -\frac{105}{8}$ e $p(-2) = -\frac{255}{8}$ então a soma de todas as raízes de $p(x)$ é igual a:

A) 10 B) 8 C) 6 D) 2 E) 1

➩100)(ITA) Sabe-se que o polinômio $p(x) = x^5 - ax^3 + ax^2 - 1$, $a \in \mathbb{R}$, admite a raiz $-i$. Considere as seguintes afirmações sobre as raízes de p:

I. Quatro das raízes são imaginárias puras.

II. Uma das raízes tem multiplicidade dois.

III. Apenas uma das raízes é real.

Destas, é (são) verdadeira(s) apenas:

A) I. B) II. C) III. D) I e III. E) II e III.

➩101)(ITA) Um polinômio real $p(x) = \sum_{n=0}^{5} a_n x^n$, com $a_5 = 4$, tem três raízes reais distintas, a, b e

c, que satisfazem o sistema:

$$\begin{cases} a + 2b + 5c = 0 \\ a + 4b + 2c = 6. \\ 2a + 2b + 2c = 5 \end{cases}$$

Sabendo que a maior das raízes é simples e as demais têm multiplicidade dois, pode-se afirmar que $p(1)$ é igual a:

A) –4 B) –2 C) 2 D) 4 E) 6

➯102)(ITA) Considere o polinômio $p(x) = \sum_{n=0}^{15} a_n x^n$, com coeficientes $a_0 = -1$ e $a_n = 1 + ia_{n-1}$, $n = 1, 2, 3, \cdots, 15$.

Das afirmações:

I. $p(-1) \notin \mathbb{R}$.

II. $|p(x)| \leqslant 4(3 + \sqrt{2} + \sqrt{5}), \forall x \in [-1, 1]$.

III. $a_8 = a_4$.

é (são) verdadeira(s) apenas:

A) I. B) II. C) III. D) I e II. E) II e III.

➯103)(ITA) Considere o polinômio $\sum_{n=0}^{6} a_n x^n$, com coeficientes reais, sendo $a_1 \neq 0$ e $a_6 = 1$. Sabe-se que se r é raiz de p, r também é raiz de p.

Analise a veracidade ou falsidade das afirmações:

I. Se r_1 e r_2, $|r_1| \neq |r_2|$, são raízes e r_3 é raiz não real de p, então r_3 é imaginário puro.

II. Se r é raiz dupla de p, então r é real ou imaginário puro.

III. $a_0 < 0$.

Gabarito Geral - ITA - Polinômios

1. A	2. B	3. D	4. D	5. E
6. D	7. D	8. A	9. E	10. D
11. C	12. D	13. D	14. D	15. E
16. E	17. C	18. C	19. A	20. A
21. B	22. B	23. C	24. C	25. B
26. A	27. C	28. D	29. A	30. C
31. B	32. C	33. B	34. C	35. A
36. B	37. A	38. A	39. $-\frac{x}{4} + \frac{1}{4}$	40. E
41. B	42. 21	43. B	44. E	45. $\frac{-36 + 10\sqrt{15}}{9}$
46. D	47. C	48. A	49. E	50. E
51. E	52. D	53. D	54. B	55. B
56. A	57. C	58. E	59. $\alpha = 0$, $\beta \in \mathbb{R} - \{2\}$ e $\gamma = 1 - \beta$	
60. E	61. C	62. A	63. I-V, II-V, III-F	64. B
65. B	66. B	67. E	68. E	69. D
70. E	71. $S = \left\{1, -1, 3, \frac{1}{3}, 2, \frac{1}{2}\right\}$		72. A	73. B
74. A	75. A	76. C	77. B	78. E
79. E	80. E	81. B	82. C	83. A
84. A	85. C	86. D	87. B	88. D
89. B	90. $R(x) = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$	91. D	92. D	93. D
94. B	95. B	96. D	97. D	98. C
99. C	100. C	101. A	102. E	103. I-V, II-F, III-F