Material by: Caio Guimarães

Polinômios

A seguir, apresento uma lista de vários exercícios propostos (com gabarito) sobre polinômios. Os exercícios são para complementar a vídeo-aula a respeito de polinômios (em breve disponível no site) que serão divididas em níveis: básico, médio, difícil, IME/ITA. Bons estudos!

Exercícios

1) (ITA-1961) Qual a condição necessária e suficiente que devem satisfazer p e q de modo que: $P(x) = x^p + 2a^q x^{p-q} + a^p$ seja divisível por x+a (p,q naturais tais que p>q)

2) (ITA-1962) Se x^3+px+q é divisível por x^2+ax+b e x^2+rx+s, demonstrar que:

$$b = -r(a+r)$$

3) (ITA-1967) Um Polinômio P(x), dividido por x-1 dá resto 3. O quociente desta divisão é então dividido por x-2, obtendo-se resto 2. O resto da divisão de P(x) por (x-1).(x-2) será?

(a) 3x+2 b) 3x-1 c) 2x+1 d) 4-x e) nda

4) (ITA-1967) Um polinômio P(x) dá resto -1 quando dividido por x+1, resto 1 quando dividido por (x-1) e resto 1 quando dividido por (x+2). Qual o resto da divisão de P(x) por (x+1)(x-1)(x-2)?

(a) x^2-x+1 (b) x-1 (c) x^2+x+1 (d) x^2-x-1 (e) nda

5) (ITA-1968) Para que a equação $2x^4 + bx^3 - bx^2 - 2 = 0$ tenha 4 soluções reais e distintas devemos ter:

(a) b um número real qualquer (b) b=0 (c) b>0 (d) b<-1 (e) b>4

6) (ITA-1968) A equação $3x^5 - x^3 + 2x^2 + x - 1 = 0$ possui:

(a) 3 raízes complexas e duas raízes reais

(b) pelo menos uma raiz real positiva.

(c) todas raízes inteiras

(d) uma raiz complexa

(e) nra

7) (ITA-1968) Dizemos que os polinômios $P_1(x)$, $P_2(x)$ e $P_3(x)$ são linearmente independentes (LI) se a relação: $a_1.p_1(x)+a_2.p_2(x)+a_3.p_3(x)=0$ **implica que** $a_1.=a_2=a_3=0$ **onde a1, a2, a3 são números reais. Caso contrário, dizemos que $P_1(x)$, $P_2(x)$ e $P_3(x)$ são linearmente dependentes (LD). Os polinômios** $p_1(x)=x^2+2x+1,\ \ p_2(x)=x^2+1,\ \ \ p_3(x)=x^2+2x+2$ **são:**

(a) LI (b) nem LI nem LD (c) LI se p_1,p_2,p_3 tiverem raízes reais. (d)LD
(e) nda

8) (ITA-1968) Suponhamos que os polinômios P(x), Q(x), p(x) e q(x) satisfazem as seguintes condições:

$$P(x).p(x)+Q(x).q(x)=1 \quad \forall x \ complexo$$
$$P(p(1))=0 \ , \ Q(0)=0$$

Assinale a opção correta :
(a) P(x) é divisível por S(x) = x
(b) P(x) e Q(x) não são primos entre si.
(c) Q(p(1))=0
(d) p(x) não é divisível por x-1
(e) p(0) = 0

9) (ITA-1969) Os coeficientes A, B, C, D do polinômio $P(x) =Ax^3+Bx^2+Cx+D$ devem satisfazer certas relações para que P(x) seja um cubo perfeito. Assinale a opção correta para que isto se verifique:
(a) $D=C^2A/3B$ (b) $C=B/3A^3$ e $D = B^2/27A^3$ (c) $BC=3.A$ e $C.D^2 = B^2A^2$
(d) $C=B^2/3.A$ e $D = B^3/27.A^2$ (e) nda

10) (ITA -1969) Seja $x^5-3x^4-2x^2+4x-2=0$**. Assinale a afirmação correta:**
(a) não tem raízes reais positivas (b) não tem raízes reais negativas
(c) só tem raízes complexas (d) tem duas raízes negativas (e) nda

11) (ITA-1970) Calculando as raízes simples e múltiplas da equação:

$$x^6-3x^5+6x^3-3x^2-3x+2=0$$

(a) 1 simples, 2 duplas e 1 tripla (b) 1 simples, 1 dupla e 1 tripla
(c) 2 simples, 1 dupla, 1 tripla (d) 2 simples, 2 duplas (e) 2 simples e 1 tripla

12) (ITA-1970) Um polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ é tal que P(-2)=-2 , P(-1) =3 , P(1) = -3 e P(2) = 2. Temos então que:
(a) b=0 (b) b=1 (c) b=2 (d) b=3 (e) nda

13) (ITA-1971) Dividindo o polinômio P(x) = x^3+x^2+x+1 pelo polinômio Q(x) obtemos o quociente S(x) = 1 + x e o resto R(x) = x+ 1. O polinômio Q(x) satisfaz:
(a) Q(2) = 0 (b) Q(3) = 0 (c) Q(0) é não nulo (d) Q(1) é não nulo (e) nda

14) (ITA-1971) Qual é o resto da divisão do seguinte polinômio por x-a:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \end{vmatrix}$$

(a) $2x^3$ + c (b) $6x^2$ +7 (c) 5 (d) 0 (e) nda

15) (ITA – 1971) Seja $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + ... + a_{100}.x^{100}$ onde a100 =1, um polinômio divisível por $(x+9)^{100}$. Nessas condições temos:

$$(a)\ a_2 = 50.99.9^{98} \quad (b) a_2 = \frac{100!}{2!.98!} \quad (c) a_2 = \frac{99!}{2!.98!}$$

$$(d) a_2 = \frac{100!.9^2}{2!.98!} \qquad (e) nda$$

16) (ITA-1972) Seja a equação P(x)=0 onde P(x) é um polinômio de grau m. Se P(x) admite uma raiz inteira então P(-1).P(0).P(1) necessariamente:
(a) vale 5 (b) vale 3 (c) é divisível por 5 (d) é divisível por 3 (e) nda

17) (ITA-1972) A soma dos quadrados das raízes da equação $2x^3-8x^2-60x+k=0$ onde k é uma constante é:
(a) 76+k^2 (b) $(34+k)^2$ (c) 66 (e)76 (e) nda

18) (ITA-1972) Seja a equação $3tg3x = \left[3.(\ln k)^2 - 4\ln k + 2\right].tgx$. Para que intervalo de valores de k, abaixo, a equação admite solução?

$$(a)\ 0 < k \le e^{1/3} \quad (b)\ 0 < k \le e^{2/3} \quad (c)\ 0 < k \le e^{-1}$$

$$(d)\ 0 < k \le e^{7/3} \quad (e) nda$$

19) (ITA-99) Seja P(x) um polinômio de grau m A(x) e B(x) polinômios de grau maior que um e admita que exista polinômios C(x) e D(x) tais que a igualdade A(x).C(x) + B(x).D(x) = 1 se verifique parra todo x real. Prove que A(x) não é divisível por B(x).

20)(ITA-81) Considere a equação $x^3+px^2+qx+r=0$, de coeficientes reais, cujas raízes estão em PG. Qual das relações é verdadeira?
(a) $p^2=rq$ (b) $2p+r=q$ (c) $3p^2=r^2q$ (d) $p^3=rq^3$ (e) $q^3=rp^3$

21) (ITA-79) Se a, b, c são as raízes da equação $x^3-rx+20=0$ onde r é um número real, podemos afirmar que o valor de $a^3+b^3+c^3$ é:
(a) -60 (b)62+r (c) $62+r^2$ (d) $62+r^3$ (e) 62-r

22) (ITA-82) Os valores de a , b e c que tornam o polinômio:
$4x^5+2x^4-2x^3+ax^2+bx+c$ **divisível por $2x^3+x^2-2x+1$ satisfazem as desigualdades:**
(a) a>b>c (b) a>c>b (c) b>a>c (d)b>c>a (e) c>a>b

23) (ITA-83) Determine o polinômio do 3º grau que representa uma raiz nula e satisfaz a condição $P(x-1)=P(x)+(2x)^2$ para todo x real. Com ausílio deste, podemos calcular a soma $2^2+4^2+...+(2n)^2$ onde n é um numero natural, que é igual a:
(a) $(4/3)n^3-2n^2-(2/3).n$ (b) $(4/3).n^3+2n^2+(2/3).n$ (c) $(4/3).n^3-2n^2+(2/3).n$
(d) $4n^3+2n^2+n$ (e) n^3+n^2+2n

Exercícios

1) p par, e q ímpar 2) – 3) c 4) e 6) b 7) a 8) d
9) d 11) b 12) a 13) d 14) d 15) a 16) d 17) d 18) c 19) - 20) e
21)a 22) b 23) b