

Monotonicidade, Paridade, Periodicidade

Tópicos teóricos

Funções monotônicas

Definição

Sejam $f: A \rightarrow B$ uma função, I um subconjunto de A e x_1 e x_2 elementos de I . Então:

- f é estritamente crescente em I se, e somente se:
 $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- f é crescente em I se, e somente se: $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$
- f é estritamente decrescente em I se, e somente se:
 $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$
- f é decrescente em I se, e somente se: $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$
- f é constante em I se, e somente se:
 $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) = f(x_2), \forall x_1, x_2 \in I$

Função par e função ímpar

Sejam $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ uma função.

- f é uma **função par** se, e somente se: $f(-x) = f(x), \forall x \in A$.
- f é uma **função ímpar** se, e somente se: $f(-x) = -f(x), \forall x \in A$.
- O gráfico de uma função par é simétrico em relação ao eixo y .
- O gráfico de uma função ímpar é simétrico em relação à origem do sistema de coordenadas.

Função periódica

Uma função $f: A \rightarrow B$ é periódica se, e somente se, existe $p \in \mathbb{R}^*$, tal que:

$$f(x + p) = f(x), \text{ para todo } x \in A.$$

Se p for o menor valor positivo que satisfaz a igualdade acima, então p é chamado de período da função.



Exercícios de Fixação

01. Classifique as funções abaixo em par ou ímpar.

A) $f(x) = x^3$ B) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

C) $f(x) = x^2 + 2x$

02. Verifique que $f(x) = ax + b$ é crescente para $a > 0$.

03. Verifique que $f(x) = \frac{1}{x}$ é decrescente em \mathbb{R}_+^* .

04. Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que: $f(a + b) = f(a) - f(b), \forall a, b \in \mathbb{R}$. Julgue os itens a seguir.

- A) $f(0) = 0$
B) f é ímpar.

05. A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é estritamente decrescente. Qual é o conjunto de números reais que satisfazem à condição $f(3x + 2) > f(2x + 5)$.

06. Julgue: A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ é ímpar.

07. (Austrália) Uma sequência a_1, a_2, a_3, \dots é definida por

$$a_{n+2} = \frac{1+a_{n+1}}{a_n} \text{ para } n \geq 1. \text{ Dado que } a_1 = 2 \text{ e } a_2 = 5, \text{ qual é o valor de } a_{2002}?$$

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$
C) 2 D) 3
E) 5

08. (Cescem) Dizemos que uma função real é par se $f(x) = f(-x)$, $\forall x$ e que é ímpar se $f(x) = -f(-x)$. Das afirmativas que seguem, indique qual a **falsa**.

- A) O produto de duas funções ímpares é uma função ímpar.
B) O produto de duas funções pares é uma função par.
C) A soma de duas funções ímpares é uma função ímpar.
D) A soma de duas funções pares é uma função par.
E) Alguma das afirmações anteriores é falsa.

09. Mostre que os números 49, 4489, 444889, 44448889, ..., obtidos colocando-se 48 no meio do número anterior, são quadrados de números inteiros.

10. Demonstre que para cada termo da sequência $A = 11...11$ (2m algarismos) e $B = 44...44$ (m algarismos), a soma de $A + B + 1$ é um quadrado perfeito.

11. (ITA/2010) Sejam $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tais que f é par e g é ímpar. Das seguintes afirmações:

- I. $f \cdot g$ é ímpar;
II. $f \circ g$ é par;
III. $g \circ f$ é ímpar.

É(São) **verdadeira(s)**:

- A) apenas I. B) apenas II.
C) apenas III. D) apenas I e II.
E) todas.



Exercícios Propostos

01. (Alfenas) Os valores de k para que a função $f(x) = (k - 2)x + 1$ seja estritamente decrescente são:

- A) $k < 2$ B) $k \leq -2$
C) $k \geq 2$ D) $k \geq -2$
E) $k = 2$

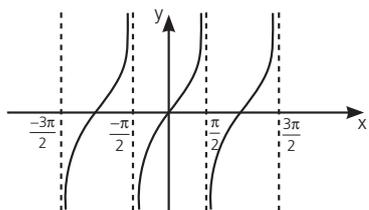
02. Julgue: A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é estritamente crescente. O conjunto dos números reais x que satisfazem à condição $f(7x + 1) > f(6x + 4)$ é $\{x \in \mathbb{R} / x < 3\}$.

03. Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que: $f(a + b) = f(a) + f(b), \forall a, b \in \mathbb{R}$. Julgue os seguintes itens.

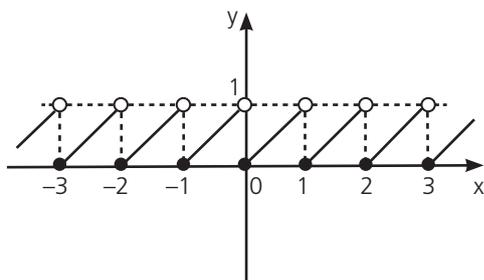
- A) $f(0) = 0$
B) $f(-1) = f(1)$
C) f é uma função par.

04. Julgue:

A) O período da função que está representada pelo gráfico abaixo é 2π .



B) O período e a imagem da função que está representada pelo gráfico abaixo são respectivamente 1 e $[0; 1]$.



GABARITO – Exercícios de Fixação

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
*	-	-	*	*	V	E	A	-	-	D

- * 01: A) ímpar B) par C) nem par nem ímpar
- 02: Demonstração
- 03: Demonstração
- 04: A) V B) V
- 05: $x < 3$
- 09: Demonstração
- 10: Demonstração

GABARITO – Exercícios Propostos

01	02	03	04
A	F	*	*

- * 03: V – F – F
- 04: F – V

IME
1º LUGAR DO BRASIL

MEDICINA
1º LUGAR - UFC SOBRAL

UECE 2012
1º LUGAR EM FÍSICA
ANOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

UECE 2012
1º LUGAR EM LETRAS
ANOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO

UECE 2012
1º LUGAR EM SERVIÇO SOCIAL
ANOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO

UECE 2012
1º LUGAR EM FÍSICA
ANOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO

A MULHER EM PRIMEIRO LUGAR

Hoje queremos homenagear as mulheres que arriscaram tudo por um ideal. Que abriram mão do pouco que possuíam para criar novas possibilidades. Essas mulheres, antes sem voto, sem voz, sem direitos, nos completam com ensinamentos de respeito, garra e determinação. Adriana, Emily, Jayne, Gizelle, Andressa Gondim e Andressa Gomes colocaram em prática o sonho de serem donas do próprio destino.

ADRIANA NUNES

EMILY ALVES

JAYNE CARREIRO

GIZELLE HELENE

ANDRESSA GONDIM

ANDRESSA GOMES

FARIAS BRITO
1º DO BRASIL NO IFA (ENTRE AS CAPITAIS)
1º LUGAR GERAL DO BRASIL NO IME.

ORGANIZAÇÃO EDUCACIONAL FARIAS BRITO
LIGAR PARA TUDO E VIVER.
www.fariasbrito.org.br