FUNÇÕES EXPONENCIAIS E LOGARÍTMICAS - ITA

Equações Exponenciais

01. (ITA/74) Sobre a raiz da equação $3^x - \frac{15}{3^{x-1}} + 3^{x-3} = \frac{23}{3^{x-2}}$, podemos afirmar que ela:

a) não é real.
b) é menor que -1.
c) está no intervalo [0,6].
d) é um número primo.
e) nda

02. (ITA/78) A soma de todos os valores de *x* que satisfazem à identidade: $9^{x-\frac{1}{2}} - \frac{4}{3^{1-x}} = -1$, é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) nda

03. (ITA/00) A soma das raízes reais positivas da equação $4^{x^2} - 5 \cdot 2^{x^2} + 4 = 0$ vale:

a) 2 b) 5 c) $\sqrt{2}$ d) 1 e) $\sqrt{3}$

04. (ITA/13) A soma de todos os números reais *x* que satisfazem a equação

$$8^{\sqrt{x+1}} + 44(2^{\sqrt{x+1}}) + 64 = 19(4^{\sqrt{x+1}})$$

é igual a
a) 8 b) 12 c) 16 d) 18 e) 20

05. Resolva a equação $3^{2x} - 34(15^{x-1}) + 5^{2x} = 0$

06. Resolva a equação $2^{2x+2} - 5(6^x) = 3^{2x+2}$ e calcule o valor de 5^x.

a) $\frac{1}{25}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{125}$ d) 25 e) 125

07. Resolvendo a equação $3^{x+3} - 3^{x+2} + 3^{x+1} - 3^x = 60^x$, o valor de x é:
a) 0 b) -1 c) 1 d) 2 e) 3

08. Resolva, em $\mathbb{R}$, a equação $\sqrt[x]{\dfrac{2}{x+1}}=(x+1)^{x+2}$

a) $\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{2}$ c) $\sqrt{2}+1$ d) $\sqrt{2}-1$ e) $2\sqrt{2}-1$

09. Para que a equação $5^x+2m=1$ tenha solução real, devemos ter

a) $m>2$

b) $m<\dfrac{1}{2}$

c) $\dfrac{1}{2}<m<1$

d) $1<m<2$

e) nda

10. (ITA/03) Considere a função

$$f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R},\ f(x)=\sqrt{3^{x-2}}\left(9^{2x+1}\right)^{1/(2x)}-\left(3^{2x+5}\right)^{1/x}+1$$

A soma de todos os valores de x para os quais a equação $y^2+2y+f(x)=0$ tem raiz dupla é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 4 e) 6

11. (ITA/01) Se $a\in\mathbb{R}$ é tal que $3y^2-y+a=0$ tem raiz dupla, então a solução da equação $3^{2x+1}-3^x+a=0$ é:

a) $\log_2 6$ b) $-\log_2 6$ c) $\log_3 6$ d) $-\log_3 6$ e) $1-\log_3 6$

12. (UFPE) Sendo x e y solução reais positivas para o sistema de equações

$$\begin{cases} x^y=y^x \\ x^7=y^5 \end{cases}$$

com $x\neq 1$, indique o valor de $49\dfrac{x}{y}$

13. (Insper/12) Considerando x uma variável real positiva, a equação

$$x^{x^2-6x+9}=x$$

possui três raízes, que nomearemos *a*, *b* e *c*. Nessas condições, o valor da expressão $a^2+b^2+c^2$

a) 20 b) 21 c) 27 d) 34 e) 35

14. (AFA/96) O produto das raízes da equação

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x=4$$

pertence ao conjunto dos números

a) naturais e é primo.

b) inteiros e é múltiplo de quatro.

c) complexos e é imaginário puro.

d) racionais positivos e é uma fração imprópria.

15. Resolva a equação

$$\left(7+4\sqrt{3}\right)^x-3\left(2-\sqrt{3}\right)^x+2=0$$

16. (UFPE) Seja $a\neq 0$ um real dado. Indique a soma dos quadrados das raízes da equação
$$\left(\sqrt{a+\sqrt{a^2+1}}\right)^x+\left(\sqrt{-a+\sqrt{a^2+1}}\right)^x=2\sqrt{a^2+1}$$

17. (ITA/12) Considere um número real $\alpha\neq 1$ positivo, fixado, e a equação em x, $\alpha^{2x}+2\beta\alpha^x-\beta=0,\ \beta\in\mathbb{R}$ Das afirmações:

I. Se $\beta<0$, então existem duas soluções reais distintas;
II. Se $\beta=1$, então existe apenas uma solução real;
III. Se $\beta=0$, então não existem soluções reais;
IV. Se $\beta>0$, então existem duas soluções reais distintas,
é (são) sempre verdadeira(s) apenas
a) I.
b) I e III
c) II e III.
d) II e IV.
e) I, III e IV

18. (ITA/06) Considere a equação $(a^x-a^{-x})/(a^x+a^{-x})=m$, na variável real x, com $0 < a \neq 1$. O conjunto de todos os valores de m para os quais esta equação admite solução real é
a) $(-1, 0)\cup(0, 1)$
b) $(-\infty, -1)\cup(1, +\infty)$
c) $(-1, 1)$
d) $(0, \infty)$
e) $(-\infty, +\infty)$

Função Exponencial

19. (ITA/73) A lei de decomposição do radium no tempo $t \geq 0$ é dada pela fórmula $N(t) = C \cdot e^{-kt}$, onde $N(t)$ é a quantidade de radium no tempo *t*, *C* e *k* são constantes positivas. Se a metade da quantidade primitiva, $M(0)$, desaparece em1600 anos, qual a quantidade perdida em 100 anos?

a) $(1 - 100^{-1})$ da quantidade inicial.

b) $(1 - 2^{-6})$ da quantidade inicial.

c) $(1 - 2^{-16})$ da quantidade inicial.

d) $(1 - 2^{-1/16})$ da quantidade inicial.

e) Nenhuma das anteriores

20. (ITA/93) Um acidente de carro foi presenciado por 1/65 da população de Votuporanga (SP). O número de pessoas que soube do acontecimento *t* horas após é dado por: $f(t) = \dfrac{B}{1 + Ce^{-kt}}$ onde *B* é a população da cidade. Sabendo-se que 1/9 da população soube do acidente 3 horas após, então o tempo passou até que 1/5 da população soubesse da notícia foi de:

a) 4 horas.

b) 5 horas.

c) 6 horas.

d) 5 horas e 24 min.

e) 5 horas e 30 min.

21. (ITA/02) Sejam f e g duas funções definidas por

$$. \ f(x) = (\sqrt{2})^{3\,\mathrm{sen}\,x - 1} \text{ e } g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{3\mathrm{sen}^2 x - 1}, \ x \in \mathbb{R} \ .$$

A soma do valor mínimo de f com o valor mínimo de g é igual a

a) 0 b) $-\dfrac{1}{4}$ c) $\dfrac{1}{4}$ d) $\dfrac{1}{2}$ e) 1

22. Determine o valor mínimo da função $f(x) = 8^{3x^2 - |4x|}$, com $x \in \mathbb{R}$

a) $\dfrac{\sqrt{2}}{8}$ b) $\dfrac{1}{8}$ c) $\dfrac{1}{16}$ d) $\dfrac{\sqrt{2}}{16}$ e) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

23. (ITA/92) Considere as funções $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, e $h : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$ definidas por: $f(x) = 3^{x + \frac{1}{x}}$, $g(x) = x^2$, $h(x) = \dfrac{81}{x}$. O conjunto dos valores de *x* em $\mathbb{R}^*$ tais que $(f \circ g)(x) = (h \circ f)(x)$, é subconjunto de:

a) [0, 3] b) [3, 7] c) [-6, 1] d) [-2, 2] e) n.d.a.

24. (ITA/99) Sejam f, g: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funções definidas por

$$f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x \text{ e } g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x .$$

Considere as afirmações:
I) Os gráficos f e g não se interceptam.
II) As funções f e g são crescentes.
III) $f(-2) \cdot g(-1) = f(-1) \cdot g(-2)$
Então:
a) Apenas a afirmação (I) é falsa.
b) Apenas a afirmação (III) é falsa.
c) Apenas as afirmações (I) e (II) são falsas.
d) Apenas as afirmações (II) e (III) são falsas.
e) Todas as afirmações são falsas.

25. (AFA/09) Considere as funções reais $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ tal que $f(x) = a^x$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ tal que $g(x) = b^x$, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ tal que $h(x) = c^x$.
Sabendo-se que $0 < a < 1 < b < c$, marque a alternativa **incorreta**.
a) $h(x) < g(x) < f(x)$, $\forall x \in]-1,0[$
b) Se $x \in]-\infty, \log_a 2[$, então $\dfrac{f(x)-2}{h(x)-1} < 0$
c) A função real $t : A \to B$ dada por $t(x) = (f \circ f^{-1})(x)$ é crescente.
d) A função real $s : M \to D$ definida por $s(x) = |-g(x)+1|$ é positiva $\forall x \in M$

26. (ITA/98) Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função definida por $f(x) = -3a^x$,
onde a é um número real, $0 < a < 1$.
Sobre as afirmações:
(I) $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$, para todo x, y, ∈ IR.
(II) f é bijetora.
(III) f é crescente e f( ] 0, + ∞ [ ) =] –3,0 [.
Podemos concluir que:
a) Todas as afirmações são falsas.
b) Todas as afirmações são verdadeiras.
c) Apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
d) Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
e) Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

27. (ITA/90) Dadas as funções $f(x) = (1+e^x)/(1-e^x)$, $x \in \mathbb{R} - \{0\}$
$g(x) = x \operatorname{sen} x$, $x \in \mathbb{R}$, podemos afirmar que:
a) ambas são pares
b) f é par e g ímpar
c) f é ímpar e g é par
d) f não par e nem ímpar e g é par
e) ambas são ímpares

28. (AFA) Considere a função real $g:\mathbb{R}\to B$ definida por $g(x)=-1+a^{|-x|}$, onde $0<a<1$.
Analise as alternativas abaixo e, a seguir, marque a incorreta:
a) A função g é sobrejetora se, e somente se, $B=]-1, 0]$
b) A função g admite um valor mínimo
c) Se $-1\leq x\leq 1$, então $(a-1)\leq g(x)\leq 0$
d) $\nexists\, x\in\mathbb{R}$ tal que $g(x)\leq -1$

29. Considere a função $f(x)=\dfrac{a^x}{a^x+\sqrt{a}}$. Calcule o valor de $\displaystyle\sum_{r=1}^{2n-1} 2f\left(\frac{r}{2n}\right)$.

30. Quantas soluções reais possui a equação $2^x+3^x=6^x$?

Logaritmos: Propriedades

31. (ITA/87) Acrescentando 16 unidades a um número, seu logaritmo na base 3 aumenta de 2 unidades. Esse número é:
a) 5 b) 8 c) 2 d) 4 e) 3

32. (ITA/87) Considere $u=x\cdot\ln 3$, $v=x\cdot\ln 2$ e $e^u\cdot e^v=36$. Nestas condições:
a) $x=-4$ b) $x=12$ c) $x=-3$ d) $x=9$ e) $x=2$

33. (ITA/88) Seja α um número real, $\alpha>\sqrt{5}$ tal que $(\alpha+1)^m=2^p$, onde m é um inteiro positivo maior que 1 e $p=m\cdot[\log_2 n]\cdot[\log_m(\alpha^2-5)]$. O valor de α é:
a) 3
b) 5
c) $\sqrt{37}$
d) 32
e) não existe apenas um valor de α nessas condições.

34. (ITA/87) Se x e y são reais tais que $\ln[(y^2+10)\cdot e^x]-\ln(y^2+1)^4=x-3$, então:
a) $y=1+\sqrt{e-1}$
b) $y=10-\sqrt{e-1}$
c) $y=\pm\sqrt{e-1}$
d) $y=\pm\sqrt{e+1}$
e) $y=\sqrt{e-1}/2$

35. (ITA/99) Seja $a \in \mathbb{R}$ com $a > 1$. Se $b = \log_2 a$, então o valor de

$$\log_4 a^3 + \log_2 4a + \log_2 \frac{a}{a+1} + (\log_8 a)^2 - \log_{\frac{1}{2}} \frac{a^2-1}{a-1}$$

é:

a) $2b - 3$

b) $\frac{65}{18}b + 2$

c) $\frac{2b^2 - 3b + 1}{2}$

d) $\frac{2b^2 + 63b + 36}{18}$

e) $\frac{b^2 + 9b + 7}{9}$

36. (ITA/07) Sejam x, y e z números reais positivos tais que seus logaritmos numa dada base k são números primos satisfazendo

$$\log_k (xy) = 49$$
$$\log_k (x/z) = 44$$

Então, $\log_k (xyz)$ é igual a

a) 52 b) 61 c) 67 d) 80 e) 97

37. (ITA/02) Dada a função quadrática $f(x) = x^2 \ln\frac{2}{3} + x \ln 6 - \frac{1}{4}\ln\frac{3}{2}$ temos que

a) a equação $f(x) = 0$ não possui raízes reais

b) a equação $f(x) = 0$ possui duas raízes reais distintas e o gráfico de f possui concavidade para cima.

c) a equação $f(x) = 0$ possui duas raízes reais iguais e o gráfico de f possui concavidade pra baixo.

d) o valor máximo de f é $\frac{\ln 2 \ln 3}{\ln 3 - \ln 2}$

e) o valor máximo de f é $2\frac{\ln 2 \ln 3}{\ln 3 - \ln 2}$

38. (Olimpíada Americana) Para todo inteiro positivo n, seja $f(n) = \log_{2002} n^2$. Seja

$$N = f(11) + f(13) + f(14)$$

Qual das seguintes relações é verdadeira?

a) $N < 1$ b) $N = 1$ c) $1 < N < 2$ d) $N = 2$ e) $N > 2$

39. Para todo inteiro n maior que 1, definamos $a_n = (\log_n 2002)^{-1}$. Seja $b = a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ e $c = a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14}$. Qual o valor de $b - c$?

a) -2 b) -1 c) $\frac{1}{2002}$ d) $\frac{1}{1001}$ e) $\frac{1}{2}$

40. (Olimpíada Americana) Suponha que $4^{x_1}=5$, $5^{x_2}=6$, $6^{x_3}=7$, ..., $127^{x_{124}}=128$. Qual o valor de $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{124}$?

a) 2 b) 5/2 c) 3 d) 7/2 e) 4

41. O valor de $\dfrac{1}{\log_2(100!)}+\dfrac{1}{\log_3(100!)}+\dfrac{1}{\log_4(100!)}+\cdots+\dfrac{1}{\log_{100}(100!)}$ é

a) $\dfrac{1}{100}$

b) 1

c) $\dfrac{1}{100!}$

d) 100

e) $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{100}$

42. **(**ITA/74) Sendo $a_1, a_2, \ldots, a_n$ números reais, o maior valor de n tal que as igualdades abaixo são verdadeiras é:

$$\log_{10} 123478 = a_1$$
$$\log_{10} a_1 = a_2$$
$$\ldots.$$
$$\log_{10} a_{n-1} = a_n$$

a) $n = 3$ b) $n = 4$ c) $n = 5$ d) $n = 6$ e) nda

43. a) Determine o valor exato de

$$\frac{1}{\log_2 36}+\frac{1}{\log_3 36}$$

b) Se $\log_{15} 5 = a$, determine o valor de $\log_{15} 9$ em função de a.

44. (ITA/89) Sobre a expressão $M=\dfrac{1}{\log_2 x}+\dfrac{1}{\log_5 x}$, onde $2<x<3$, qual das afirmações a seguir está correta?

a) $1 \le M \le 2$
b) $2 < M < 4$
c) $4 \le M \le 5$
d) $5 < M < 7$
e) $7 \le M \le 10$

45. (EN/06) Seja b a menor das abscissas dos pontos de interseção das curvas definidas pelas funções reais de variável real $f(x)=x^5-\ln 2x$ e $g(x)=x^5-\ln^2 2x$. O produto das raízes da equação $\sqrt[5]{\dfrac{x^{\log_5 \sqrt[5]{x}}}{2+\log_2 b}}=5$ é

a) -1 b) $-\dfrac{1}{5}$ c) $\dfrac{1}{5}$ d) $\dfrac{3}{5}$ e) 1

46. (ITA/01) Sendo dado

$$\ln(2\sqrt{4}\sqrt[3]{6}\sqrt[4]{8}\cdots\sqrt[n]{2n}) = a_n \quad \text{e} \quad \ln(\sqrt{2}\sqrt[3]{3}\sqrt[4]{4}\cdots\sqrt[2n]{2n}) = b_n$$

então,

$$\frac{\ln 2}{2} - \frac{\ln 3}{3} + \frac{\ln 4}{4} - \frac{\ln 5}{5} + ... + \frac{\ln 2n}{2n}$$

é igual a:

a) $a_n - 2b_n$ b) $2a_n - b_n$ c) $a_n - b_n$ d) $b_n - a_n$ e) $a_n + b_n$

47. Seja $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ tal que $\log_5(\text{tg}\,\theta) + \log_5(6 + \text{tg}\,\theta) = \frac{1}{2}\log_5 9$.

Determine o valor de $\sec^2\theta$

a) $24 - 12\sqrt{3}$

b) $22 - 12\sqrt{3}$

c) $20 - 12\sqrt{3}$

d) $18 - 12\sqrt{3}$

e) $12 - \sqrt{12}$

48. (ITA/05) Considere a equação em x: $a^{x+1} = b^{1/x}$, onde a e b são números reais positivos, tais que $\ln b = 2\ln a > 0$. A soma das soluções da equação é:

a) 0 b) –1 c) 1 d) ln 2 e) 2

49. (ITA/69) Considere a equação $x^{2^{b\ln x}} - x = 0$. Então é válido afirmar que sua solução é:

a) $x = 0$

b) $x = 2 + b$

c) $x = e^{2b}$

d) $x = b \cdot \ln 2$

e) nda

50. (ITA/75) A respeito da equação exponencial $4^x + 6^x = 9^x$, podemos afirmar:

a) $x = 9\log\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$ é uma raiz.

b) $x = \left[\log\left(\frac{3}{2}\right)\right]^{-1} \cdot \log\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ é uma raiz.

c) $x = \left[\log\left(\frac{3}{2}\right)\right]^{-1} \cdot \log\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$ é uma raiz.

d) $x = \left[\log\left(\frac{3}{2}\right)\right]^{-1} \cdot \log\left(\frac{1+\sqrt{6}}{2}\right)$ é uma raiz.

e) nda

51. (ITA/08) Para $x \in \mathbb{R}$, o conjunto solução $\left|5^{3x}-5^{2x+1}+4\cdot 5^{x}\right|=\left|5^{x}-1\right|$ é:

a) $\left\{0, 2\pm\sqrt{5}, 2\pm\sqrt{3}\right\}$

b) $\left\{0, 1, \log_5\left(2+\sqrt{5}\right)\right\}$

c) $\left\{0, \frac{1}{2}\log_2 2, \frac{1}{2}\log_2 3, \log_2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right\}$

d) $\left\{0, \log_5\left(2+\sqrt{5}\right), \log_5\left(2+\sqrt{3}\right), \log_5\left(2-\sqrt{3}\right)\right\}$

e) A única solução é $x = 0$.

52. (ITA/69) Considere a equação $a^{2x}+a^{x}-6=0$, com $a>1$. Uma das afirmações abaixo, relativamente à equação proposta, está correta. Assinale-a.

a) $a^{x}=2$ e $a^{x}=-3$

b) $x=\log_a 2$

c) $x=\log_a 2$ e $x=-3$

d) $x=2$ e $x=\log_a 3$

e) nda

53. (ITA/72) Seja a equação $3^{\log x+1}-3^{\log x-1}+3^{\log x-3}-3^{\log x-4}=\ln\left(\frac{\operatorname{sen} a}{e^{-657}}\right)$. Sabe-se que $\log x$ é igual à maior raiz da equação $r^{2}-4r-5=0$. O valor de a para que a equação seja verificada é:

a) $a=\frac{3\pi}{2}$

b) $a=\operatorname{arcsen}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

c) $a=\operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{e^{3}}\right)$

d) $a=\operatorname{arcsen} e$

e) nda

54. (ITA/85) Dada a equação $3^{2x}+5^{2x}-15^{x}=0$ podemos afirmar que

a) Não existe x real que a satisfaça.

b) $x=\log_3 5$ é solução desta equação.

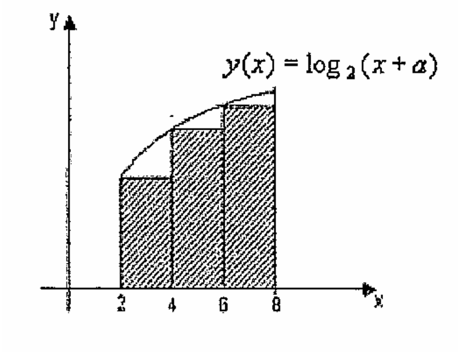
c) $x=\log_5 3$ é solução desta equação.

d) $x=\log_3 15$ é solução desta equação.

e) x = $x=3\log_5 15$ é solução desta equação.

Função Logarítmica

55. (EN/07) No sistema cartesiano abaixo está esboçada uma porção do gráfico de uma função $y(x)=\log_2(x+a)$, restrita ao intervalo [2,8], $a \in \mathbb{R}_+^*$.



Se $y(2)=2$, então o valor da área hachurada é:

a) $6+\frac{3}{2}\log_4 3$

b) $12+\log_2 3$

c) $8+2\log_2 3$

d) $6+8\log_{\frac{1}{2}} 3$

e) $12+\log_{\sqrt{2}} 3$

56. (ITA/88) Sejam *f* e *g* funções reais de variável real definidas por $f(x)=\ln(x^2-x)$ e $g(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x}}$. Então o domínio de $f \circ g$ é:

a) $(0, e)$ b) $(0, 1)$ c) $(e, e+1)$ d) $(-1, 1)$ e) $(1, +\infty)$

57. (ITA/13) Considere as funções *f* e *g*, da variável real *x*, definidas, respectivamente, por

$$f(x)=e^{x^2+ax+b} \text{ e } g(x)=\ln\left(\frac{ax}{3b}\right)$$

em que *a* e *b* são números reais. Se $f(-1)=1=f(-2)$, então pode-se afirmar sobre a função composta $g \circ f$ que

a) $g \circ f(1)=\ln 3$.

b) $\nexists\, g \circ f(0)$.

c) $g \circ f$ nunca se anula.

d) $g \circ f$ está definida apenas em $\{x \in \mathbb{R} \mid x>0\}$.

e) $g \circ f$ admite dois zeros reais distintos.

58. Seja $f(x)=\ln(6-x)$ e $g(x)=|x^2-2x-9|$. Qual o domínio de $(f \circ g)(x)$?

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3<x<1 \text{ ou } 3<x<6\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3<x<-1 \text{ ou } 3<x<5\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3<x<-1\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid 3<x<5\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1<x<3\}$

59. (ITA/97) O domínio D da função

$$f(x)=\ln\left[\frac{\sqrt{\pi x^2-(1+\pi^2)x+\pi}}{-2x^2+3\pi x}\right]$$

é o conjunto

a) $D=\{x\in\mathbb{R}:0<x<3\pi/2\}$
b) $D=\{x\in\mathbb{R}:x<1/\pi \text{ ou } x>\pi\}$
c) $D=\{x\in\mathbb{R}:0<x\le 1/\pi \text{ ou } x\ge\pi\}$
d) $D=\{x\in\mathbb{R}:x>0\}$
e) $D=\{x\in\mathbb{R}:0<x<1 \text{ ou } \pi<x<3\pi/2\}$

60. (ITA/88) Seja $f(x)=\log_2(x^2-1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$, $x<-1$. A lei que define a inversa de *f* é:

a) $\sqrt{1+2^y}$, $\forall y\in\mathbb{R}$
b) $-\sqrt{1+2^y}$, $\forall y\in\mathbb{R}$
c) $1-\sqrt{1+2^y}$, $\forall y\in\mathbb{R}$
d) $-\sqrt{1-2^y}$, $\forall y\in\mathbb{R}$, $y\le 0$
e) $1+\sqrt{1+2^y}$, $\forall y\in\mathbb{R}$, $y\le 0$

61. (AFA) O domínio da função real definida por $f(x)=\sqrt{x^{1+\log_a x}-a^2x}$ é

a) $a^{\sqrt{2}}\le x\le a^{-\sqrt{2}}$, se $0<a<1$
b) $0<x\le a^{-\sqrt{2}}$ ou $x\ge a^{\sqrt{2}}$, se $0<a<1$
c) $a^{\sqrt{2}}\le x\le a^{-\sqrt{2}}$, se $a>1$
d) $x<a^{-\sqrt{2}}$ ou $x>a^{\sqrt{2}}$, se $a>1$

62. (ITA/91) Sejam $a\in\mathbb{R}$, $a>1$ e $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por f(x) = $\dfrac{a^x-a^{-x}}{2}$. A função inversa de *f* é dada por:

a) $\log_a(x-\sqrt{x^2-1})$, para $x>1$.
b) $\log_a(-x+\sqrt{x^2+1})$, para $x\in\mathbb{R}$.
c) $\log_a(x+\sqrt{x^2+1})$, para $x\in\mathbb{R}$.
d) $\log_a(-x+\sqrt{x^2-1})$, para $x<-1$.
e) nda

63. (ITA/75) Seja f(x) = $\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ definida em $\mathbb{R}$. Se *g* é função inversa de *f*, então quanto vale $e^{g\left(\frac{7}{25}\right)}$?

a) 4/3 b) 7e/25 c) $\log_e(25/7)$ d) $e^{(7/25)}$ e) n.d.a.

64. (ITA/78) Com respeito à função $g(x)=\log_e[\operatorname{sen} x+\sqrt{1+\operatorname{sen}^2 x}]$, podemos afirmar que:
a) está definida apenas para $x \geq 0$
b) é uma função que não é par nem ímpar.
c) é uma função par.
d) é uma função ímpar.
e) n.d.a.

65. (ITA/91) Seja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por:

$$f(x)=\begin{cases} e^x, & \text{se } x\leq 0 \\ x^2-1, & \text{se } 0<x<1 \\ \ln x, & \text{se } x\geq 1 \end{cases}$$

Se D é um subconjunto não vazio de $\mathbb{R}$ tal que $f:D\to\mathbb{R}$ é injetora, então:
a) $D=\mathbb{R}$ e $f(D)=[-1,+\infty[$
b) $D=]-\infty,1]\cup]e,+\infty[$ e $f(D)=[-1,+\infty[$
c) $D=[0,+\infty[$ e $f(D)=[-1,+\infty[$
d) $D=[0,e]$ e $f(D)=[-1,1]$
e) n.d.a
Notação: $f(D)=\{y\in\mathbb{R}\mid y=f(x),\ x\in D\}$ e $\ln x$ denota o logaritmo neperiano de x.
Observação Esta questão pode ser resolvida graficamente.

66. (ITA/86) Seja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ uma função que satisfaz a seguinte propriedade: $f(x+y)=f(x)+f(y)$, $\forall x,y\in\mathbb{R}$.
Se $g(x)=f(\log_{10}(x^2+1)^2)$, então podemos afirmar que:
a) O domínio de g é $\mathbb{R}$ e $g(0)=f(1)$.
b) g não está definida em $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ e $g(x)=2f(\log_{10}(x^2+1)^2)$, para $x\geq 0$.
c) $g(0)=0$ e $g(x)=f(\log_{10}(x^2+1)^2)$, $\forall$x $\in$ R.
d) $g(0)=f(0)$ e g é injetora.
e) $g(0)=-1$ e $g(x)=f(\log_{10}(x^2+1)^{-1})^2$.

67. Considere um função f tal que $f(x_1)-f(x_2)=f\left(\dfrac{x_1-x_2}{1-x_1x_2}\right)$ para $x_1,\ x_2\in[-1,1]$, então $f(x)$ não pode ser

a) $\log\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)$
b) $\log\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$
c) $\operatorname{arc\,tg}\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)$
d) $\operatorname{arc\,tg}\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$

68. (ITA/08) Seja $f(x)=\ln(x^2+x+1), x\in\mathbb{R}$. Determine as funções $h,\ g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tais que $f(x)=g(x)+h(x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$, sendo h uma função par e g uma função impar.

69. (ITA/10) Analise se a função $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{3^x-3^{-x}}{2}$ é bijetora e, em caso afirmativo, determine a função inversa f^{-1}.

70. (China High School/02) O intervalo no qual a função $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x-3)$ é monótona crescente é:

a) $]-\infty,-1[$
b) $]-\infty,1[$
c) $]1,+\infty[$
d) $]3,+\infty[$

71. (ITA/08) Um subconjunto D de $\mathbb{R}$ tal que a função $f:D\to\mathbb{R}$, definida por $f(x)=\left|\ln(x^2-x+1)\right|$ é injetora, é dado por

a) $\mathbb{R}$ b) (- ∞, 1] c) [0, 1/2] d) (0,1) e) [1/2, ∞)

Equações Logarítmicas

72. Resolva a equação $\log_4 \sqrt{x^{4/3}} + 3\log_x(16x) = 7$

a) 16 b) 27 c) 64 d) 81 e) 343

73. (ITA/13) Se os números reais a e b satisfazem, simultaneamente, as equações

$$\sqrt{a\sqrt{b}} = \frac{1}{2} \text{ e } \ln(a^2 + b) + \ln 8 = \ln 5$$

um possível valor de $\frac{a}{b}$ é

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) 1 c) $\sqrt{2}$ d) 2 e) $3\sqrt{2}$

74. (ITA/73) A solução da equação (com n natural): $\log_u \sum_{k=1}^{n}\left[\frac{k}{2(k+1)!}\right] x = 1$, com $u = \frac{1}{(n+2)!}$, é:

a) $2/[(n+1)!-1]$
b) $2/[n(n+1)!-1]$
c) $2/[(n+2)!-(n+2)]$
d) $[(n+1)!-1]/(2n)$
e) nda

75. (ITA/99) Seja S o conjunto de todas as soluções reais da equação $\log_{\frac{1}{4}}(x+1) = \log_4(x-1)$.

Então:
a) S é um conjunto unitário e $S \subset \,]2, +\infty[$.
b) S é um conjunto unitário e $S \subset \,]1, 2[$.
c) S possui dois elementos distintos e $S \subset \,]-2, 2[$.
d) S possui dois elementos distintos e $S \subset \,]1, +\infty[$.
e) S é o conjunto vazio.

76. Determine a soma das soluções da equação $\log_{3x} 3 + \log_{27} 3x = -\frac{4}{3}$.

a) $4/27$ b) $10/27$ c) $4/81$ d) $10/81$ e) $28/81$

77. (ITA/81) As raízes reais da equação $2\left[1+\log_{x^2}(10)\right] = \left[\frac{1}{\log(x^{-1})}\right]^2$ são:

a) 10 e $\sqrt{10}$
b) 10 e $1/\sqrt{10}$
c) 1/10 e $\sqrt{10}$
d) 1/10 e $1/\sqrt{10}$
e) nda

78. (ITA/98) O valor de $y \in \mathbb{R}$ que satisfaz a igualdade

$$\log_y 49 = \log_{y^2} 7 + \log_{2y} 7$$

é

a) 1/2 b) 1/3 c) 3 d) 1/8 e) 7

79. (ITA/00) Sendo x um número real positivo, considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} \log_{1/3} x & \log_{1/3} x^2 & 1 \\ 0 & -\log_3 x & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 0 & \log_{1/3} x^2 \\ 1 & 0 \\ -3\log_{1/3} x & -4 \end{pmatrix}$$

A soma de todos os valores de x para os quais $(AB) = (AB)^T$ é igual a

a) $\frac{25}{3}$ b) $\frac{28}{3}$ c) $\frac{32}{3}$ d) $\frac{27}{2}$ e) $\frac{25}{2}$

80. (ITA/07) Sendo *x*, *y*, *z* e *w* números reais, encontre o conjunto solução do sistema

$$\begin{cases} \log\left[(x+2y)(w-3z^{-1})\right] = 0 \\ 2^{x+3z} - 8\cdot 2^{y-3z+w} = 0 \\ \sqrt[3]{2x+y+6z-2w} - 2 = 0 \end{cases}$$

81. (ITA/95) Se x é um número real positivo, com $x \neq 1$ e $x \neq 1/3$, satisfazendo:

$$\frac{2+\log_3 x}{\log_{x+2} x} - \frac{\log_x (x+2)}{1+\log_3 x} = \log_x (x+2)$$

então x pertence ao intervalo I, onde:

a) $I = (0, 1/9)$
b) $I = (0, 1/3)$
c) $I = (1/2, 1)$
d) $I = (1, 3/2)$
e) $I = (3/2, 2)$

82. (ITA/84) Os valores de a e k que tornam verdadeira a expressão

$\log_a 2a + \dfrac{\log_{2a} k}{\log_{6a} k} \cdot \log_a^2 2a = (\log_a 2a)\cdot(\log_a 3)$ são:

a) $a = \sqrt{2}/2$ e qualquer valor de k, $k > 0$.
b) a = 2 e qualquer valor de k, $k > 0$, $k \neq 1$.
c) $a = \sqrt{2}/2$ e qualquer valor de k, $k > 0$, $k \neq 1$.
d) quaisquer valores de a e k com $k \neq 6a$.
e) qualquer valor de a positivo com $a \neq 1$ e $a \neq 1/6$, e qualquer valor positivo de k.

83. (ITA/74) Em relação à equação $x^{\log_4 \sqrt{x}} = x^{\log_4 x} - 2,\ x > 0$, temos:
a) admite apenas uma raiz, que é um número inteiro positivo.
b) não admite uma raiz inteira satisfazendo a relação $0 < x < 35$.
c) todas as suas raízes são números irracionais.
d) admite uma raiz inteira x_1 e uma raiz fracionária x_2 satisfazendo a relação: $x_1^3 + x_2^3 = 4097/64$.
e) nda

84. (ITA/94) Sejam x e y números reais, positivos e ambos diferentes de 1, satisfazendo o sistema:

$$x^y = \frac{1}{y^2} \text{ e } \log x + \log y = \log\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

Então o conjunto $\{x, y\}$ está contido no intervalo
a) [2, 5] b)]0, 4[c) [– 1, 2] d) [4, 8[e) [5, ∞[

85. (ITA/96) Se (x_0, y_0) é uma solução real do sistema

$$\begin{cases} \log_2(x+2y) - \log_3(x-2y) = 2 \\ x^2 - 4y^2 = 4 \end{cases}$$

então $x_0 + y_0$ é igual a:
a) 7/4 b) 9/4 c) 11/4 d) 13/4 e) 17/4

86. Resolva o sistema:

$$\begin{cases} \log_x(3x+2y) = 2 \\ \log_y(2x+3y) = 2 \end{cases}$$

87. (ITA/90) O conjunto das soluções reais da equação:

$$\left|\ln(\operatorname{sen}^2 x)\right| = \ln(\operatorname{sen}^2 x)$$

é dado por:
a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \pi/2 + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$
b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \pi + k\pi/2,\ k \in \mathbb{Z}\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$
d) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \le x \le 1\}$
e) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \ge 0\}$

88. Resolva em x a equação $2\log_x a + \log_{ax} a + 3\log_{a^2 x} a = 0$

89. (ITA/04 - Olimpiada Americana/81) Se $b > 1$, $x > 0$ e $(2x)^{\log_b 2} - (3x)^{\log_b 3} = 0$, então x é:
a) $\frac{1}{216}$ b) $\frac{1}{6}$ c) 1 d) 6 e) nda

90. Se $(ax)^{\log a} = (bx)^{\log b}$, com a, b positivos, $a \ne b$, $a \ne 1$, $b \ne 1$, expresse x em função de a e b

Inequações Exponenciais e Logarítmicas

91. (AFA/00) No intervalo [–1, 100], o número de soluções inteiras da inequação $3^x - 8 > 3^{2-x}$ é
a) 97 b) 98 c) 99 d) 100

92. (ITA/99) Seja $a \in \mathbb{R}$ com $a > 1$. O conjunto de todas as soluções reais da inequação $a^{2x(1-x)} > a^{x-1}$ é:
a)]–1, 1[b)]1, + ∞[c) $]-\frac{1}{2}, 1[$ d)]–∞, 1[e) vazio

93. (ITA/00) Seja $S = [-2, 2]$ e considere as afirmações:
I. $\frac{1}{4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^x < 6$, para todo $x \in S$.
II. $\frac{1}{\sqrt{32-2^x}} < \frac{1}{\sqrt{32}}$, para todo $x \in S$.
III. $2^{2x} - 2^x \leq 0$, para todo $x \in S$.
Então, podemos dizer que
a) apenas I é verdadeira.
b) apenas II é verdadeira.
c) somente I e II são verdadeiras.
d) apenas II é falsa.
e) todas as afirmações são falsas.

94. (ITA/04) Seja α um número real, com $0 < \alpha < 1$. Assinale a alternativa que representa o conjunto de todos os valores de x tais que $\alpha^{2x}\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\right)^{2x^2} < 1$.
a)]-∞, 0] U [2, + ∞[
b)]-∞, 0[U]2, + ∞[
c)]0, 2[
d)]-∞, 0[
e)]2,+ ∞[

95. (ITA/88) Seja a um número real com $0 < a < 1$. Então, os valores reais de x para os quais

$$a^{2x} - (a + a^2)a^x + a^3 < 0$$

são:
a) $a^2 < x < a$
b) $x < 1$ ou $x > 2$
c) $1 < x < 2$
d) $a < x < \sqrt{a}$
e) $0 < x < 4$

96. O conjunto solução da inequação $(|x|+1)^{2x^2-5x+2} > (|x|+1)^{14}$ é:

a) $\left(-\infty,-\dfrac{3}{2}\right) \cup (4,+\infty)$

b) $\left(-\dfrac{3}{2},4\right)$

c) $(4,+\infty)$

d) $\left(-\infty,-\dfrac{3}{2}\right)$

e) $\left(-\infty,-\dfrac{3}{2}\right) \cup \left(\dfrac{3}{2},+\infty\right)$

97. Resolva a inequação

$$\left(\frac{3x}{4}-1\right)^{4x^2-19x+21} \le 1$$

98. (ITA/11) Resolva a inequação em $\mathbb{R}$: $16 < \left(\dfrac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{5}}(x^2-x+19)}$

99. (ITA/69) O conjunto dos pares de números reais x e y, que satisfazem à desigualdade $\log_{x+1}(y-2) > 0$ está entre as opções abaixo:

a) $-1 < x < 0$ e $y > 3$

b) $x > 0$ e $2 < y < 3$

c) $x > 0$ e $y > 3$ ou $-1 < x < 0$ e $2 < y < 3$

d) x > -1 e $y > 2$

e) $x < 0$ e $2 < y < 3$

100. (ITA/73) Os valores de x que verificam a desigualdade $\dfrac{1}{\ln x} + \dfrac{1}{\log_x e - 1} > 1$ são:

a) $x > 1$

b) $x > e$

c) $0 < x < 3$

d) $1 < x < e$

e) nda

101. Resolva a equação $\log_{x+1}(2x^2) > 2$

102. Resolva a inequação

$\sqrt{x^2 - 7{,}5x + 14} \cdot \log_2 |x-3| \leq 0$

103. O conjunto solução da inequação

$$\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{-1+\log_2 x} < 1$$

é dado por

a) $(0, \infty)$

b) $(0, 1) \cup (4, \infty)$

c) $(0, 2) \cup (3, \infty)$

d) $(-\infty, 1) \cup (2, \infty)$

e) $(0, 1) \cup (2, \infty)$

104. (ITA/01) Seja a função f dada por

$$f(x) = (\log_3 5) \cdot \log_5 8^{x-1} + \log_3(41 + 2x - x^2) - \log_3 2^{x(3x+1)}$$

Determine todos os valores de x que tornam f não-negativa

105. (ITA/88) Considere

$$A(x) = \log_{\frac{1}{2}}(2x^2 + 4x + 3),\ \forall x \in \mathbb{R}.$$

Então temos:

a) $A(x) > 1$, para algum $x \in \mathbb{R}$, $x > 1$.

b) $A(x) = 1$, para algum $x \in \mathbb{R}$.

c) $A(x) < 1$, apenas para $x \in \mathbb{R}$ tal que $0 < x < 1$.

d) $A(x) > 1$, para cada $x \in \mathbb{R}$ tal que $0 < x < 1$.

e) $A(x) < 1$, para cada $x \in \mathbb{R}$.

106. (ITA/80) No intervalo $\pi < x < 2\pi$, quais são os valores de k que satisfazem a inequação $(\ln k)^{\operatorname{sen} x} > 1$?

a) para todo $k > e$

b) para todo $k > 2$

c) para todo $k > 1$

d) para todo $1 < k < e$

e) para todo $0 < k < e$

107. (ITA/91) O conjunto dos números reais que verificam a inequação $3\log x + \log(2x+3)^3 \leq 3\log 2$, é dado por:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 3\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 1/2\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1/2 \leq x < 1\}$

e) n.d.a

108. (ITA/93) O conjunto solução da inequação

$$\log_x\left[(1-x)x\right] < \log_x\left[(1+x)x^2\right]$$

é dado por:

a) $1 < x < 3/2$
b) $0 < x < 1$
c) $0 < x < \dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$
d) $0 < x < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$
e) $0 < x < \sqrt{2}-1$

109. (ITA/09) Seja S o conjunto solução da inequação $(x-9)\left|\log_{x+4}\left(x^3-26x\right)\right| \le 0$.

Determine o conjunto S^C.

110. (ITA/98) A inequação adiante

$$4x\cdot\log_5(x+3) \ge (x^2+3)\log_{\frac{1}{5}}(x+3)$$

é satisfeita para todo $x \in S$. Então:
a) $S =]-3,-2] \cup [-1,+\infty[$
b) $S =]-\infty,-3[\cup [-1,+\infty[$
c) $S =]-3,-1]$
d) $S =]-2,+\infty]$
e) $S =]-\infty,-3[\cup]-3,+\infty[$

111. (ITA/97) Dado um número real *a* com *a* > 1, seja *S* o conjunto solução da inequação:

$$\log_{\frac{1}{a}}\log_a\left(\frac{1}{a}\right)^{x-7} \le \log_{\frac{1}{a}}(x-1)$$

Então *S* é o intervalo
a) $[4,+\infty[$ b) $[4, 7[$ c) $]1, 5]$ d) $]1, 4]$ e) $[1, 4[$

112. Qual o domínio de $\log_{1/2}(\log_2(\log_{1/2} x))$?
a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$
b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 1/2\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1\}$
d) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1/2\}$
e) conjunto vazio

113. (ITA/74) O conjunto de todos os valores de x para os quais existe um y real de modo que

$y = \log_{10}\left[\log_{10}\left(\dfrac{7-2x-x^2}{3-4x^2}\right)\right]$ é dado por:

a) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$
b) $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$
c) $(0, \sqrt{3}/2)$
d) $(-\sqrt{3}/2, 1)$
e) nda

114. (AFA - ITA/77) No conjunto dos números reais, a desigualdade $\log_{1/3}(\log_4(x^2-5)) > 0$ é verdadeira para:

a) $\sqrt{5} < |x| < 3$
b) $\sqrt{5} < |x| < \sqrt{6}$
c) $\sqrt{6} < |x| < 3$
d) $|x| > 3$
e) nda

115. (ITA) O conjunto-solução da desigualdade

$$\log_2(\log_{1/4}(x^2 - 2x + 1)) < 0 \text{ é:}$$

a) $\left(0, \dfrac{1}{2}\right) \cup \left(\dfrac{3}{2}, 2\right)$
b) $(-2, 0) \cup \left(\dfrac{3}{2}, 2\right)$
c) $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$
d) $\left(-\infty, \dfrac{1}{2}\right) \cup \left(\dfrac{3}{2}, +\infty\right)$
e) o conjunto vazio

116. (ITA/96) Seja $a \in \mathbb{R}$, $a > 1$. Para que

$$]4, 5[= \{x \in \mathbb{R}_+^* \mid \log_{1/a} \log_a (x^2 - 15) > 0\}$$

o valor de a é:

a) 2 b) 3 c) 5 d) 9 e) 10

GABARITO

01. C

02. B

03. C

04. D

05. $S=\{1,-1\}$

06. A

07. C

08. D

09. B

10. C

11. D

12. 35

13. B

14. B

15. $S=\{0\}$

16. $S=\{2,-2\}$

17. C

18. C

19. D

20. A

21. D

22. C

23. C

24. E

25. Sem resposta

26. E

27. C

28. B

29. $2n-1$

30. Uma solução apenas

31. C

32. E

33. A

34. C

35. D

36. A

37. D

38. D

39. B

40. D

41. B

42. A

43. a) 1/2
b) $2-2a$

44. B

45. E

46. C

47. B

48. B

49. E

50. B

51. D

52. B

53. C

54. A

55. E

56. B

57. E

58. B

59. E

60. B

61. C

62. C

63. A

64. D

65. B

66. C

67. D

68. $f(x)=\frac{1}{2}\ln(x^4+x^2+1)+\frac{1}{2}\ln\left(\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}\right)$

69. É bijetora.
$f^{-1}(x)=\log_3(x+\sqrt{x^2+1})$

70. A

71. C

72. C

73. A

74. C

75. B

76. D

77. C

78. D

79. B

80. $S=\left\{\left(\alpha+\frac{31}{3},-\frac{8}{3},-\frac{5}{3},\alpha\right);\ \alpha\in\mathbb{R},\ \alpha\neq 5\right\}$

81. B

82. C

83. D

84. B

85. D

86. $S=\{(5,\ 5)\}$

87. A

88. Para $a=1$, temos $S=\mathbb{R}_+^*-\{1\}$.

Para $a>0,\ a\neq 1$, temos $S=\{a^{-4/3},\ a^{-1/2}\}$

89. B

90. $x=(ab)^{-1}$

91. B

92. C

93. A

94. C

95. C

96. A

97. $S=\{x\in\mathbb{R}\mid x\leq\frac{4}{3}$ ou $\frac{7}{4}<x<3\}$

98. $S=\{x\in\mathbb{R}\mid x>3$ ou $x<-2\}$

99. C

100. D

101. $\{x\in\mathbb{R}\mid x>1+\sqrt{2}\}$

102. $S=\{x\in\mathbb{R}\mid 2\leq x\leq 3{,}5$ ou $x=4$, com $x\neq 3\}$

103. E

104. $S=\{x\in\mathbb{R}\mid\frac{1}{5}\leq x\leq 1\}$

105. E

106. D

107. C

108. E

109. $S^C=]-\infty,-4]\cup\{-3\}\cup[0,\sqrt{26}]\cup[9,+\infty[$

110. A

111. D

112. D

113. E

114. C

115. A

116. E