

Material Elaborado por Caio Guimarães

**Física Moderna:
Análise da Aplicação da Teoria
nos Exercícios do ITA**

**Capítulo 1: Como tudo Começou
Catástrofe do Ultravioleta e Efeito Fotoelétrico**

Nota do Autor

A idéia desse artigo é apresentar os conceitos (geralmente incomuns nos cursos de ensino médio) do início da teoria de Física Moderna. Não nos preocuparemos muito com a demonstração rigorosa de todos os resultados que aqui discutiremos, até porque muitos deles se baseiam em teorias avançadas demais (e desnecessárias no momento) para os alunos do ensino médio (ou que querem prestar o vestibular do ITA). Lembrando aos que prestarão ITA, esse assunto como é cobrado no vestibular, não chega a ser de complexidade tão alta, porém são coisas que o aluno precisa ter tido contato para entender. Sugerimos que o leitor leia com atenção a teoria, e pratique todos os exercícios que estão aqui apresentados. Bons estudos!

Introdução

A Física é um ramo da ciência que se preza pela sua consistência de sua teoria. Uma Lei da física é algo que deve ser seguida independentemente da situação em que esteja sendo analisada. No início do século XIX a física parecia já ter mapeado grande parte dos fenômenos naturais com suas leis. Até o momento grandes nomes já haviam sido consagrados com suas teorias explicando fenômenos como o movimento de corpos (mecânica newtoniana e gravitação), movimento da luz (óptica), máquinas térmicas, eletromagnetismo... Foi exatamente então que começaram surgir 'furos' na teoria clássica; furos esses que só seriam explicados com teorias completamente inovadoras e bem diferentes das tendências estudadas até então. Apresentaremos agora alguns fenômenos (esses furos) que foram analisados, e que conseqüentemente deram início à Mecânica Quântica.

A Catástrofe do Ultravioleta

A teoria clássica da física apresentava um dos seus primeiros furos ao se estudar a emissão de um corpo negro. Corpo negro é qualquer corpo que absorve totalmente a energia emitida sobre ele. Um corpo negro ao ser incidido com certa energia emitirá energia na forma de energia eletromagnética (produzindo luz e calor). Naturalmente, deveria existir uma lei matemática que nos dá a dependência da intensidade emitida com a temperatura e a frequência emitida. Os conhecimentos da Física Clássica nos davam a seguinte expressão (elaborada pelo trabalho de Rayleigh-Jeans e Boltzmann):

$$I = \frac{8\pi kT}{\lambda^4}$$

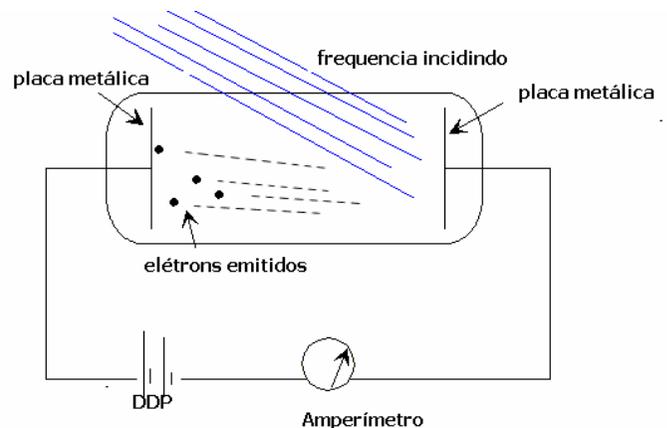
O gráfico da intensidade em função do comprimento de onda é decrescente com o aumento do comprimento de onda. Isso gera o absurdo em questão. Para frequências no espectro do ultravioleta teríamos uma intensidade tendendo a infinito, o que viola a lei da conservação de energia.

Os gráficos experimentais mostravam que a função deveria ter um máximo global, o que não acontecia até então com as teorias conhecidas.

O Efeito Fotoelétrico

O efeito fotoelétrico foi primeiramente estudado por Hertz, e posteriormente Einstein. O fenômeno consiste do seguinte. A partir de uma placa metálica, incide-se uma frequência crescente de energia. A partir de certo instante, elétrons são arrancados dessa placa.

Isso pode ser evidenciado com o seguinte experimento de Einstein. Um circuito é montado com duas placas metálicas. Ao aumentarmos a frequência de luz incidida sobre a placa metálica, o amperímetro indica passagem de corrente.



Tal fenômeno ajudará nas teses (que veremos mais a frente) da dualidade partícula onda. Por enquanto fique registrado o caráter não usual de que apenas a partir de certa frequência houve emissão de elétrons, não importando a intensidade de energia emitida.

Por quê?

Teoria de Max Planck



Diante de tais impasses Planck propôs uma teoria que revolucionaria física. E se tudo aquilo que até então acreditássemos fosse apenas uma parte da verdade? Obviamente a teoria clássica não pode estar errada. Ela possui uma consistência suficiente para acreditarmos nela. Planck então propôs um modelo que, apesar de alterar os conceitos físicos já imaginados na época, funcionaria apenas como uma extensão da realidade. Ou seja, a teoria de Planck, de certa forma engloba a teoria clássica no mundo macroscópico, mas também explica coisas novas no mundo microscópico.

A teoria de Planck primeiro surgiu ao tentar atacar o impasse do Corpo Negro. Planck descobriu uma expressão, que nem ele mesmo conseguiu demonstrar teoricamente ao apresentar para seus colegas da Berlin Physical Society. Em 1900, Planck apresentou a função que se ajustava a todos experimentos da emissão do corpo negro, porém que seguia uma teoria completamente inovadora. Eis a teoria de Planck:

Segundo Planck, um átomo oscilando com frequência f só pode absorver ou emitir energia em múltiplos inteiros de $h.f$ onde h é uma constante (conhecida como Constante de Planck). Essa quantidade $h.f$ foi denominada pelo cientista como quantum de energia ou fóton.

$$E = n.h.f \quad n \in \mathbb{Z}$$

A constante de Planck, determinada para que a equação matemática se ajustasse aos dados experimentais (que a princípio Planck não sabia se de fato tinha ou não um significado físico) é dada por:

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

É comum encontrar o termo \hbar em livros do assunto (usaremos essa notação mais a frente). Por convenção: $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

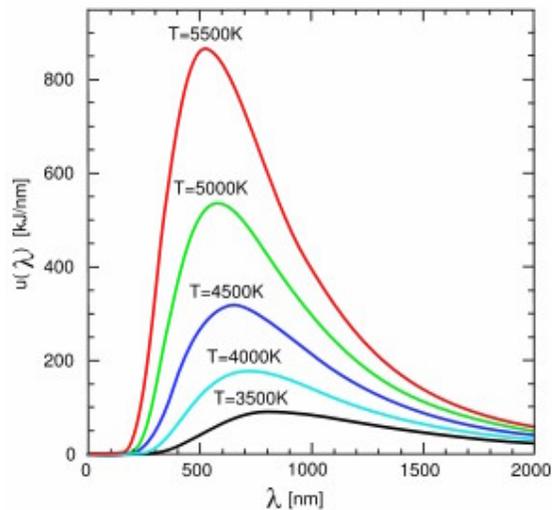
Voltando ao problema: Corpo Negro

Com base na sua recém teoria era possível encontrar uma função matemática que se ajustasse aos experimentos feitos (uma que não violasse o princípio da conservação de energia). A expressão apresentada por Planck foi a seguinte:

$$I = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\left(e^{hc/\lambda KT} - 1 \right)}$$

Fica como exercício para o leitor mostrar que essa função possui um máximo global (usando noções básicas de derivada, ver artigo de derivadas no site rumoaota.com).

A figura abaixo mostra o gráfico dessa função.



Encontrando o máximo da função teremos que:

$$\lambda_{I \max} = \frac{b}{T}$$

Tal expressão é conhecida como lei do deslocamento de Wien, e a constante de Wien é dada por: $b \approx 2,89 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$

Exercício contextualizado

Sabemos que a temperatura média da superfície da estrela polar é de 8300K. Qual das opções propostas pode melhor representar o comprimento de onda relativo a radiação espectral máxima?

- (a) 3500 Angstroms (b) 2100 Angstroms (c) 4500 Angstroms
(d) 1500 Angstroms (e) 5000 Angstroms

Solução:

A expressão que nos dá o comprimento de onda para o pico de intensidade para uma dada temperatura é a Lei de Deslocamento de Wien. Para obter a expressão, como foi visto anteriormente, bastaria derivar a expressão de Planck para I em função de λ e T. O resultado nos diz que:

$$\lambda_{I_{\max}} = \frac{0,00289}{T} \Rightarrow \lambda_{I_{\max}} = \frac{0,00289}{8300} \approx 3500 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Resposta: Item a

Voltando ao problema: Efeito Fotoelétrico

O fato que causava problema na compreensão de a intensidade da luz incidida não ser fator no “arrancamento” dos elétrons podia ser agora explicada pela teoria de Planck. A energia emitida é meramente função da frequência.

Discutimos que para que o elétron seja libertado é preciso que receba uma frequência mínima, chamada de frequência de corte. Recebendo uma energia correspondente a uma frequência maior ou igual à de corte há liberação de elétrons (obrigatoriamente deverá ser no mínimo o valor da de corte).

Incidindo uma energia $h.f$ numa placa metálica (maior que a energia de corte) parte da energia será usada para superar o corte e o restante dará energia para os elétrons (a menos que haja uma força dissipativa, essa energia será transformada em cinética). A conservação de energia, ou equação de Einstein para o efeito fotoelétrico é dada por:

$$hf = h.f_0 + E_{\max}$$

OBS: A energia de corte ($h.f_0$) é também denominada de **função trabalho**.

Sendo essa energia máxima transferida totalmente à energia cinética, temos:

$$\frac{1}{2}m.V^2 = h.(f - f_0)$$

Sabendo que a energia de corte pode ser dada em função de um potencial (pela definição física Energia = Potencial x Carga), temos:

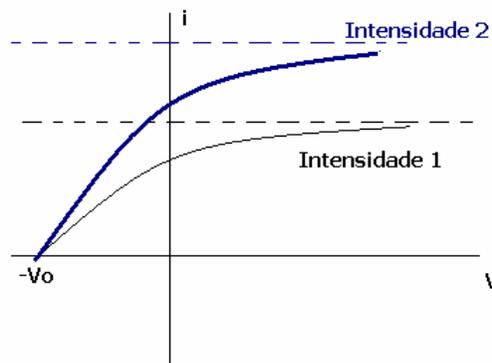
$$V_0 = \frac{E_0}{e}$$

Segue que:

$$V_0 = \frac{h}{e}.(f - f_0)$$

Isto é, o potencial de corte é uma reta em função da frequência de luz incidente. Um experimento de laboratório interessante é determinar a constante de Planck utilizando dados experimentais (é só lembrar que o coeficiente angular da reta resultante será h/e). É importante então concluir que o potencial de corte depende do material porém seu coeficiente angular h/e é constante para todos os materiais.

Podemos inclusive fazer uma análise de como é o comportamento do gráfico da corrente de elétrons liberados em função da voltagem estabelecida.



Para uma dada intensidade de luz incidida temos um aumento de corrente com o aumento da voltagem. Notar que basta aplicar uma ddp com a voltagem de corte negativa para zerar a corrente. Tal ddp que zera a corrente é a mesma independente da intensidade do feixe incidido, porém a corrente de saturação não é (veja a figura acima).

Exercício contextualizado resolvido

Sobre um circuito de efeito fotoelétrico são incididos radiações de duas frequências diferentes, de comprimentos λ_1 e λ_2 (maiores que a frequência de corte do material). Os elétrons liberados por cada incidência têm velocidades V_1 e V_2 tais que a razão entre V_1 e V_2 é dada por k . Determine o valor da função trabalho do material usado em função de k , h , c (velocidade da luz), λ_1 e λ_2 .

Solução:

Da conservação de energia (lembrando que a função trabalho é constante para um dado material):

$$\frac{1}{2}m.V_1^2 = hf_1 - E_0$$

$$\frac{1}{2}m.V_2^2 = hf_2 - E_0$$

Dividindo as duas equações:

$$\left(\frac{V_1}{\underbrace{V_2}_k} \right)^2 = \frac{hf_1 - E_0}{hf_2 - E_0}$$

Lembrando que $c = \lambda.f$, segue:

$$k^2 = \frac{\frac{hc}{\lambda_1} - E_0}{\frac{hc}{\lambda_2} - E_0} \Rightarrow \frac{hc.k^2}{\lambda_2} - k^2 E_0 = \frac{hc}{\lambda_1} - E_0$$

$$\Rightarrow (1 - k^2) E_0 = h.c. \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{k^2}{\lambda_2} \right)$$

$$\therefore \boxed{E_0 = \frac{h.c}{(1 - k^2)} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{k^2}{\lambda_2} \right)}$$

Exercícios Propostos:

1. (ITA) Incide-se luz num material fotoelétrico e não se observa a emissão de elétrons. Para que ocorra a emissão de elétrons do mesmo material basta que aumente(m):

- a) a intensidade de luz
- b) a frequência da luz
- c) o comprimento de onda da luz
- d) a intensidade e a frequência da luz
- e) a intensidade e o comprimento de onda da luz

2. Uma luz monocromática de comprimento de onda 450 nm incide sobre uma placa de sódio cuja função trabalho é $3,7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Qual é a energia cinética máxima dos elétrons emitidos? Qual é a frequência de corte para o sódio?

3. Qual é o valor da razão entre a função trabalho e a frequência de corte do efeito fotoelétrico?

4. (ITA 2006) Aplica-se instantaneamente uma força a um corpo de massa $m=3,3 \text{ kg}$ preso a uma mola, e verifica-se que este passa a oscilar livremente com a frequência angular de 10 rad/s. Agora, sobre esse mesmo corpo preso à mola, mas em repouso, faz-se incidir um feixe de luz monocromática de frequência $f=500 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$, de modo que toda a energia seja absorvida pelo corpo, o que acarreta uma distensão de 1mm da sua posição de equilíbrio. Determine o numero de fótons contido no feixe de luz. Considere a constante de Planck $h=6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

5. Uma luz de comprimento de 7000 A incide sobre uma placa metálica cuja função trabalho vale 1,79 eV. O que é correto dizer a respeito do que acontecerá?

- a) não ocorrerá efeito fotoelétrico
- b) apenas existe energia para romper o vínculo com a placa
- c) depende da intensidade de luz incidente
- d) elétrons são emitidos da placa com energia cinética de 1,768 eV
- e) depende da área luminada da placa.

Gabarito:

1. b 2. $f=0,56 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$; $E=0,7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ 3. h
4. 5. a

Créditos

O material é de origem original, digitado e compilado por mim, porém com várias referencias. Utilizei o caderno de um professor, um dos melhores professores de física do ensino médio Brasil em minha opinião: Ricardo Luiz, para o acervo de questões propostas. Foram utilizadas informações de pesquisa no wikipedia.org . O material tem como intuito ser utilizado para estudo apenas, principalmente para aqueles que não têm acesso tão facilmente a informação, e JAMAIS ser vendido ou utilizado com objetivos financeiros.

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.