Material Elaborado por Caio Guimarães

Física Moderna:
Análise da Aplicação da Teoria nos Exercícios do ITA

Capítulo 2:
Postulados de Bohr

Rydberg e Balmer

No final dos século XIX , início do século XX a física mostrava ter mudanças em sua teoria com a recente formada teoria de Planck a respeito da quantização de emissão/absorção de energia. Enquanto isso, cientistas como Rydberg e Balmer estudavam o fenômeno da emissão de luz na passagem de um elétron de uma camada de seu átomo para o outro. O estudo ainda era muito limitado, mas Rydberg conseguiu encontrar uma expressão matemática que relacionasse o comprimento de onda da freqüência emitida com o número dos níveis do qual o elétron estaria saltando. O trabalho de Balmer foi semelhante porém menos geral que o de Rydberg (incorporando apenas alguns níveis). Vale ressaltar que o trabalho de Rydberg foi encontrar uma função de dados encontrados experimentalmente, e daí a complexidade de tal trabalho.

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right)$$

Onde R_H **é a constante de Rydberg, obtida experimentalmente.**

Modelo de Niels Bohr

O cientista dinamarquês Niels Bohr, no inicio do século XX se propôs a explicar a tese de Rydberg, criando um modelo atomístico diferente do que já se conhecia na época. Os experimentos até então, realizados por Rutherford mostravam que o átomo consistia de uma nuvem eletricamente carregada em torno de um centro, denso, e positivamente carregado chamado núcleo.

Tal proposta de Rutherford leva ao mundo da física propor o modelo planetário para os elétrons, onde o núcleo estaria agindo como o Sol e os elétrons em volta do núcleo como planetas em órbita.

Importante!

O modelo planetário tinha uma falha muito aparente, talvez uma das questões mais interessantes a surgir na física moderna. Naquela época, os trabalhos de eletromagnetismo desenvolvidos pelo modelo de Maxwell explicavam toda e qualquer manifestação eletromagnética conhecida. Uma das leis de Maxwell dizia que uma carga acelerada, obrigatoriamente, emite radiação eletromagnética.

Ora, um elétron em volta de um núcleo está acelerado (aceleração centrípeta)! Se esse elétron emitir onda eletromagnética, ele estará perdendo energia, e com isso sua órbita deveria diminuir gradativamente até chegar ao núcleo, gerando uma colisão catastrófica. Sabemos que isso não é verdade, e não poderia ser, uma vez que a estabilidade da matéria é algo concreto.

Uma esperança de explicação

Experimentos da época de descarga elétrica em tubos de gás a baixa pressão mostravam que a emissão de luz ocorre (a emissão eletromagnética), mas apenas em freqüências discretas.

Baseado nisso e nas recém descobertas de Max Planck de quantização, no início do século Bohr propôs um modelo que explicaria tais impasses. O modelo de Bohr foi apresentado em 1913 por meio de postulados (regras não demonstradas matematicamente, mas que explicariam o comportamento observado). A seguir, estão os postulados de Bohr.

- O elétron se move numa órbita circular em torno de um núcleo sob ação da força elétrica como força centrípeta.

- As órbitas do elétron são restritas, isto é, nem todas órbitas são permitidas em qualquer situação. A restrição é que o momento angular do elétron é necessariamente quantizado:

$$m\vec{v} \times \vec{r} = n.\frac{h}{2\pi} = n.\hbar$$

- Os elétrons em órbita NÃO emitem energia eletromagnética enquanto na órbita, e com isso não perdem energia. A emissão de energia (ou absorção) só ocorre na passagem de níveis (quando um elétron muda de um nível para outro).

- Cada órbita tem uma energia associada, e a diferença de energia entre dois níveis é igual à energia emitida/absorvida na mudança.

A Matemática do Modelo de Bohr

Sabemos dos postulados de Bohr que a interação eletrostática núcleo/elétron atua como força centrípeta no movimento circular. Sendo e a carga do elétron, a carga do núcleo será Z.e onde Z é o numero atômico do átomo:

$$\frac{mv^2}{r} = Z.\frac{k.e^2}{r^2} \quad \Rightarrow mv^2 = \frac{Z}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{e^2}{r}$$

A energia total do elétron no átomo de Bohr é dada pela soma de sua energia cinética e energia potencial:

$$\begin{aligned} E_{total} &= E_{cinética} + E_{potencial} \\ &= \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{k.Z.e^2}{r}\right) \\ &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{Z}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{e^2}{r} \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{Z}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{e^2}{r}\right) - \frac{Z}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{e^2}{r} \\ &= -\frac{Z.e^2}{8\pi\varepsilon_0}.\frac{1}{r} \end{aligned}$$

Esse resultado é muito importante, e nele concluímos que a energia da órbita é uma função do seu Raio de órbita.

$$\boxed{E_{total} \propto -\frac{1}{r}}$$

Exercício contextualizado

Mostre que o momento linear do elétron no átomo de hidrogêneo é dado por:

$$\sqrt{\frac{m.e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

Vamos tentar expressar o raio da órbita em função do n.

Do postulado:

$$mvr = n.\frac{h}{2\pi} \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{h^2}{4.m^2.r^2\pi^2}\ .\ n^2$$

Lembrando que:

$$mv^2 = \frac{Z}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{e^2}{r}$$

$$m.\frac{h^2}{4.m^2.r^2\pi^2} = \frac{Z}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{e^2}{r}$$

$$\frac{\varepsilon_0.h^2}{m.e^2.Z.\pi}.\ n^2 = r$$

Ou seja, o raio da órbita é uma função do numero n do nível:

$$\boxed{r(n) = \frac{\varepsilon_0.h^2}{m.e^2.Z.\pi}.\ n^2 \quad \therefore \quad r \propto n^2}$$

Ou seja, conhecido o raio da primeira órbita R, teremos que o da 2ª será igual a 4R (ou seja, 2^2.R), o da 3ª será 9R, o da 4ª será 16 R e assim em diante.

Do postulado de Bohr que diz $mvr = n.\frac{h}{2\pi}$ **, é possível expressarmos a energia total do elétron como sendo uma função de n (ou seja, do nível em que se encontra o elétron), tornando-se possível então determinar a energia de cada nível.**

Vimos que:

$$E = -\frac{Z.e^2}{8\pi\varepsilon_0}.\frac{1}{r}$$

Como sabemos que a energia do nível é inversamente proporcional a – r , podemos expressar a energia como função do número n do nível, também.

$$\boxed{E(n) = -\underbrace{\left(\frac{m.Z^2.e^4}{9.h^2.\varepsilon_0^2}\right)}_{A}.\frac{1}{n^2} \quad \therefore \quad E \propto -\frac{1}{n^2}}$$

Substituindo os valores das constantes para o caso do Hidrogênio teremos:

$$E(n) = -13,6.\frac{1}{n^2} \quad eV$$

Esse resultado se aproxima do resultado de Balmer e Rydberg, uma vez que a energia emitida num salto será dada pela diferença das energias dos níveis em questão:

$$\Delta E = \left(-A.\frac{1}{n_f^2}\right) - \left(-A.\frac{1}{n_i^2}\right) \quad \therefore \quad \boxed{\Delta E = A.\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2}\right)}$$

Lembrando do resultado de Planck que $\Delta E = h.f = \frac{h.c}{\lambda}$ **, chegamos matematicamente (a partir do modelo de Bohr) à função proposta por Balmer e Rydberg numa abrangência ainda maior.**

$$\frac{1}{\lambda} = R.\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2}\right)$$

Exercício contextualizado Resolvido

Determine, no átomo de Hidrogênio de Bohr, o valor do menor comprimento de onda possível emitida por um fóton num salto de um elétron de um nível para seu adjacente.

Solução:

A partir da expressão da diferença de energia entre 2 níveis adjacentes:

$$\Delta E = 13,6.\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2}\right) = 13,6.\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}\right)$$

$$= 13,6.\left(\frac{(n+1)^2 - n^2}{(n^2+n)^2}\right) = 13,6.\left(\frac{2n+1}{n^2.(n+1)^2}\right)$$

A expressão da diferença de energia em módulo em função de n é estritamente decrescente pois:

$$\frac{d}{dn}\left|\Delta E\right| = 13,6.\left(\frac{2n^2.(n+1)^2 - (2n+1)^2.2(n+1).n}{n^4.(n+1)^4}\right) =$$

$$= 13,6.\left(\frac{2n^2.(n+1)^2 - 2(n+1).\overbrace{(2n+1)}^{>(n+1)}.n.\overbrace{(2n+1)}^{>(n+1)}}{n^4.(n+1)^4}\right) < 0$$

Portanto a diferença de energia é máxima no salto do nível 2 pro nível 1.

Queremos a diferença máxima para que a freqüência seja máxima e com isso, o comprimento de onda seja mínimo.

$$\Delta E_{\max} = -13,6.\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{1}\right) = 13,6.\left(\frac{3}{4}\right) = 10,2\ eV$$

Segue que:

$$h\frac{c}{\lambda_{\min}} = \Delta E_{\max} = 10,2\ eV$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\lambda_{\min} = \dfrac{10,2}{hc} \\ unidades\ de\ comprimento\end{array}}$$

Exercícios Propostos:

1. (ITA 99) A tabela abaixo mostra os níveis de energia de um átomo do elemento X que se encontra no estado gasoso.

E_0	0
E_1	$7,0\,eV$
E_2	$13,0\,eV$
E_3	$17,4\,eV$
ionização	$21,4\,eV$

Dentro as possibilidades abaixo, a energia que poderia restar a um elétron com energia de 15eV, após colidir com um átomo de X seria de:
a) 0 eV b) 4,4 eV c) 16,0 eV d) 2,0 eV e) 14,0 eV

2. (ITA 2006) O átomo de hidrogênio no modelo de Boh é constituído de um elétron de carga –e e massa m, que se move em órbitas circulares de raio r em torno do próton, sob a influência da atração coulombiana. Sendo a o raio de Bohr, determine o período orbital para o nível n, envolvendo a permissividade do vácuo.

3. Suponha que o átomo de hidrogênio emita energia quando seu elétron sofre uma transição entre os estados inicial n=4, e final n=1. Qual é a energia do fóton emitido? Qual é a freqüência da radiação emitida (Constante de Planck = 6,63 .10^{-34} J.s)

4. (ITA 2002) Sabendo que um fóton de energia 10,19 eV excitou o átomo de hidrogênio do estado fundamental (n=1) até o estado p, qual deve ser o valor de p? Justifique.

5. (ITA 2003) Utilizando o modelo de Bohr para o átomo, calcule o número aproximado de revoluções efetuadas por um elétron no primeiro estado excitado do átomo de hidrogênio, se o tempo de vida do elétron, nesse estado excitado, é de 10^{-8} s. São dados: o raio da órbita do estado fundamental é de 5,3 . 10^{-11} m e a velocidade do elétron nessa órbita é de 2,2.10^{6} m/s

6. Determine a expressão para a velocidade do elétron na órbita em função do numero n do nível.

Gabarito:

1) d **2)** $T = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 .n^3.\sqrt{\pi\varepsilon_0 .m.a}}{e}$ **3) E= 12,75 eV f = 3,07.10^{15} Hz**

4) p=1 . A energia não é suficiente para levar ao nível 2 . A energia necessária seria no mínimo 10,2 eV

5) Aproximadamente 8 milhões de revoluções

6) $v(n) = \left(\dfrac{e^2}{2\varepsilon_0 .h}\right).\dfrac{1}{n} \quad \therefore \quad v \propto \dfrac{1}{n}$

Créditos

O material é de origem original, digitado e compilado por mim, porém com várias referencias. Utilizei o caderno de um professor, um dos melhores professores de física do ensino médio Brasil em minha opinião: Ricardo Luiz, para o acervo de questões propostas. Foram utilizadas informações de pesquisa no wikipedia.org . O material tem como intuito ser utilizado para estudo apenas, principalmente para aqueles que não têm acesso tão facilmente a informação, e JAMAIS ser vendido ou utilizado com objetivos financeiros.