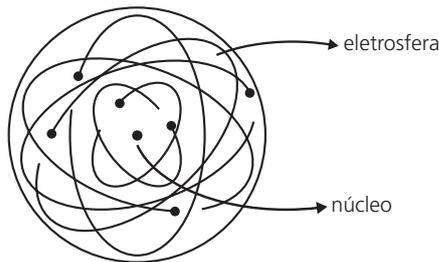


## FÍSICA

### CARGA E MATÉRIA / LEI DE COULOMB

#### Carga elétrica

A partir do início deste século, várias experiências nos possibilitaram conhecer melhor a estrutura atômica da matéria. A representação clássica de um átomo, de acordo com o modelo de Rutherford-Bohr, é apresentada abaixo:



➤ Modelo atômico clássico.

Neste modelo, os elétrons orbitam em torno do núcleo, numa região denominada **eletrosfera**.

Os elétrons foram descobertos em 1897 por J. J. Thomson. Mais tarde foram descobertas as duas principais partículas existentes no núcleo: os **prótons**, correspondentes a um núcleo de hidrogênio e os **nêutrons**, cuja existência ficou comprovada com as experiências de J. Chadwick, em 1932.

Conhecendo a estrutura atômica, podemos definir a carga elétrica pelas propriedades destas partículas. A carga elétrica pode ser conceituada como a propriedade de prótons e elétrons de interagirem eletricamente. Os nêutrons são desprovidos desta propriedade e portanto não têm carga elétrica. De acordo com a convenção anteriormente estabelecida por B. Franklin, os elétrons têm carga negativa e os prótons têm carga positiva.

#### Unidades de carga elétrica

No sistema MKS (SI) a unidade de carga é o Coulomb (C), correspondente à carga elétrica que atravessa, em um segundo, a seção transversal de um condutor percorrido por uma corrente contínua de um ampère.

Esta quantidade de carga é bastante grande, sendo mais utilizados os submúltiplos do Coulomb.

SUBMÚLTIPLO	SÍMBOLO	VALOR
miliCoulomb	mC	$10^{-3}\text{C}$
microCoulomb	$\mu\text{C}$	$10^{-6}\text{C}$
nanoCoulomb	nC	$10^{-9}\text{C}$
picoCoulomb	pC	$10^{-12}\text{C}$

➤ Submúltiplos do Coulomb.

#### Quantização da carga elétrica

Todas as medidas experimentais têm mostrado que as cargas elétricas dos prótons e elétrons são iguais em valor absoluto.

$$|q_p| = |q_e| = 1,602 \times 10^{-19}\text{C} = 4,80 \times 10^{-10}\text{sC}$$

Este valor de carga, denominada carga elementar, é uma constante universal, e simbolizado por:

$$e = 1,602 \times 10^{-19}\text{Coulomb}$$

A conclusão que podemos tirar, já que a matéria é formada por partículas elementares, é que a carga é quantizada, e que a carga elétrica de todo corpo ou sistema pode ser escrita como:

$$Q = ne, \text{ onde: } \begin{cases} Q = \text{carga elétrica do corpo} \\ n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ (número inteiro)} \\ e = \text{carga elementar} \end{cases}$$

Como cada elétron contribui com  $-e$  para a carga total do corpo ou sistema e cada próton contribui com  $+e$  para a carga total, podemos concluir que a expressão acima pode ser reescrita como:

$$Q = (n_p - n_e)e, \text{ onde: } \begin{cases} n_p = \text{número de prótons} \\ n_e = \text{número de elétrons} \end{cases}$$

Decorre, portanto, que se o número de prótons do corpo for maior que o número de elétrons,  $Q > 0$  e o corpo está carregado (ou eletrizado) **positivamente**; se o número de prótons  $Q < 0$  e o corpo está carregado (ou eletrizado) **negativamente** e se os números de prótons e elétrons forem iguais,  $Q = 0$ , o corpo é dito **eletricamente neutro**.

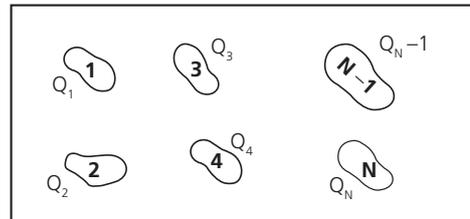
#### Observação:

A priori, um corpo eletricamente neutro poderia ficar eletrizado ganhando ou perdendo prótons ou elétrons. O que acontece, porém, é que os prótons são partículas bem mais pesadas (sua massa é cerca de 1836 vezes maior que a dos elétrons) e que estão fortemente ligadas ao núcleo, através de forças muito intensas e de curto alcance que ocorrem entre próton e próton, próton e nêutron, ou nêutron e nêutron.

#### Conservação da carga

A carga elétrica é uma grandeza conservada do Universo ou em qualquer sistema eletricamente isolado, ou seja, que não troca carga elétrica com sua vizinhança. Isto significa que a soma das cargas de um sistema isolado não se altera.

Tomemos, por exemplo, o sistema abaixo, constituído de **N** corpos.

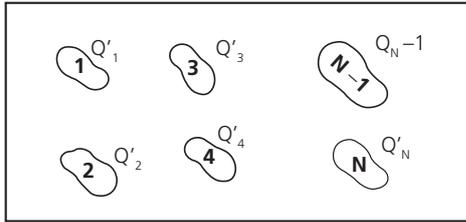


A carga total do sistema é dada por:

$$Q = \sum_{i=1}^N Q_i$$

Onde  $Q_i$  é a carga do  $i$ -ésimo corpo.

Se por alguma razão os corpos interagem entre si, trocando cargas elétricas, o sistema adquire uma configuração diferente da inicial.



O princípio de conservação da carga prevê que a soma das cargas na configuração final, desde que o sistema isolado, é igual à inicial.

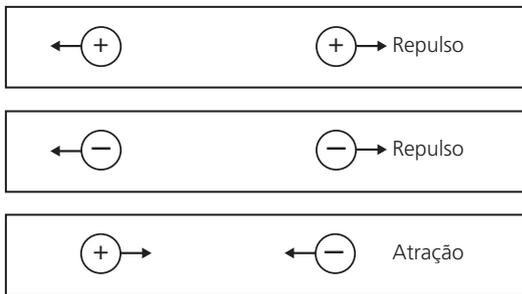
$$\sum_{i=1}^N Q'_i = \sum_{i=1}^N Q_i = Q$$

onde  $Q'_i$  é a carga final do  $i$ -ésimo corpo.

## Princípio de atração e repulsão

A interação entre cargas elétricas em repouso se dá na forma de forças atrativas ou repulsivas. O princípio de atração e repulsão reza que partículas carregadas com cargas de sinais iguais se repelem, enquanto que as carregadas com cargas de sinais opostos se atraem.

Ou esquematicamente:



As características destas forças serão estudadas em detalhes na seção referente à Lei de Coulomb.

## Condutores e isolantes elétricos

### Condutores

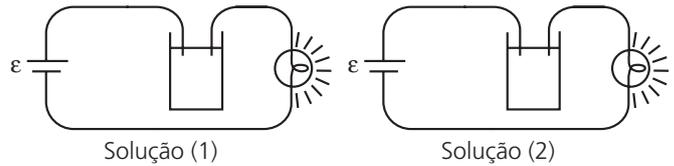
São meios em que as cargas elétricas se deslocam com facilidade, permitindo facilmente a passagem de corrente elétrica. Isto se deve à presença de portadores de carga com liberdade de movimento. Dentre vários exemplos, destacamos os metais, a grafite, os gases ionizados, as soluções iônicas eletrolíticas (como as soluções aquosas de ácidos, bases e sais), o plasma, o corpo humano e a Terra.

Nos gases ionizados e nas soluções eletrolíticas os portadores de carga são íons, e a eficiência na condução de corrente elétrica depende do número de portadores. Tomemos os dois exemplos abaixo.

#### Exemplo 1:

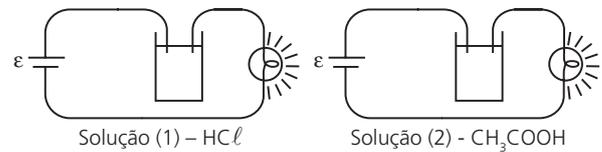
Sejam duas soluções de  $\text{NaCl}$  em água destilada, sendo que a solução (1) tem concentração mais baixa que a solução (2).

A montagem abaixo permite mostrar que a condução é mais eficiente na solução (2).

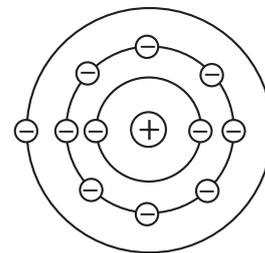


#### Exemplo 2:

Sejam duas soluções igualmente concentradas, uma de  $\text{HCl}$  (ácido clorídrico) e outra de  $\text{CH}_3\text{COOH}$  (ácido acético) em água destilada. O primeiro é um ácido forte com alto grau de ionização, enquanto o segundo é um ácido fraco, que produz poucos íons. Como no exemplo anterior:

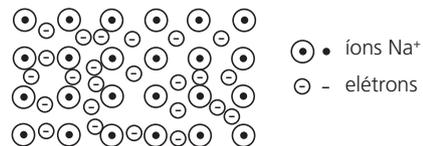


Nos metais, verifica-se que são as cargas negativas que se movem. Isto pode ser verificado a partir da configuração eletrônica destes elementos. Quase todos eles têm um ou dois elétrons na última camada que são ligados fracamente ao átomo. Considere, por exemplo o átomo de sódio:



Esquema de um átomo de sódio: dois elétrons na camada **K**, 8 elétrons na camada **L** e apenas um elétron na camada **M**.

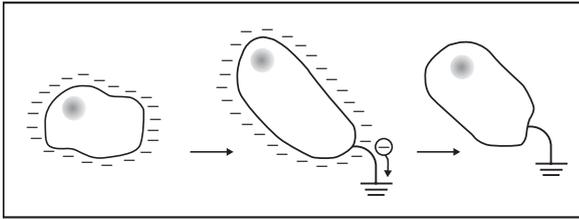
Quando vários átomos de sódio se unem para formar um cristal, os elétrons da última camada se desligam dos seus átomos de origem e ficam **livres** para percorrerem toda a extensão do metal. Abaixo, mostramos o esquema de um cristal de sódio.



Esquema de um cristal de sódio, com íons de  $\text{Na}^+$  envolvidos por uma "nuvem" de elétrons livres.

#### Observação:

A Terra é um condutor especial, que devido às suas dimensões tende a descarregar todos os corpos condutores que a ela forem ligados.

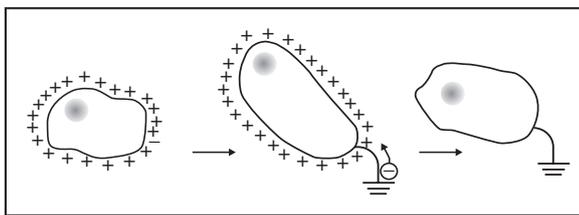


➤ Se um condutor eletrizado negativamente é ligado à Terra, os seus elétrons excedentes escoam para a Terra, descarregando-o.

O símbolo:



representa a ligação à Terra.



➤ Se um condutor eletrizado positivamente é ligado à Terra, elétrons livres escoam da Terra, descarregando-o.

## Isolantes ou dielétricos

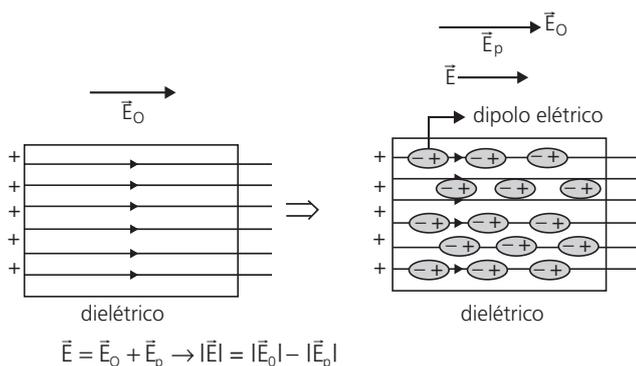
São meios em que, em condições usuais, não há passagem de corrente elétrica. Evidentemente, isto se deve à ausência de liberdade de movimento dos portadores de carga. São exemplos de isolantes o vidro, a ebonite, os plásticos usuais, a água destilada, os óleos minerais.

Do ponto de vista de sua estrutura eletrônica, os sólidos dielétricos possuem uma rede cristalina na qual há elétrons livres.

Apenas em condições especiais, sujeitos à ação de intensos campos elétricos, por exemplo, um dielétrico pode conduzir corrente elétrica.

### Observação:

Os dielétricos, quando sujeitos à ação de campos elétricos sofrem o fenômeno de **polarização**: dipolos elétricos são induzidos ou dipolos já existentes se alinham de acordo com o campo elétrico. O efeito final é que o campo é reduzido pelo efeito de polarização. A figura a seguir representa a situação inicial, no momento em que se instala o campo elétrico  $\vec{E}$  e a condição final de equilíbrio.



$\vec{E}_0$  = campo elétrico inicial

$\vec{E}$  = campo elétrico final

$\vec{E}_p$  = campo elétrico devido à polarização de cargas no dielétrico.

## Semicondutores

São materiais cuja estrutura eletrônica é bastante similar a dos dielétricos, mas que possuem uma capacidade bem maior do que estes de conduzirem corrente elétrica. Isto, evidentemente, só se dá, graças à existência de portadores de cargas livres.

Estes portadores podem ser de dois tipos:

- Elétrons livres: neste caso, o semicondutor é dito de tipo **n** (de negativo).
- “Buracos”: um buraco é uma ausência de elétrons, que pode “passar” por um semicondutor. Neste caso, ele é dito de tipo-**p** (de positivo).

São exemplos de semicondutores o silício, o germânio, o arsenieto de gálio (GaAs) etc.

### Observação:

O número de portadores (elétrons livres ou buracos) num semicondutor é sempre muito menor do que em um condutor.

Hoje, o uso dos materiais semicondutores é muito vasto, nos ramos de eletrônica, microeletrônica, computação etc. Diodos, retificadores, transistores, *microchips* são apenas alguns dos dispositivos em que encontramos semicondutores.

## Supercondutores

Alguns materiais, principalmente a baixas temperaturas, tornam-se supercondutores: conduzem corrente elétrica sem oferecerem nenhuma resistência.

Os primeiros materiais supercondutores foram metais: o Mercúrio, abaixo de 4,2k, o Chumbo, abaixo de 7,2k, o Estanho, abaixo de 3,7k etc.

Dentre os muitos materiais que apresentam propriedades supercondutoras, os técnicos têm-se concentrado na produção de certas ligas e cerâmicas mais altas permitindo o seu resfriamento a custos menos elevados. Outro problema que tem surgido é a instabilidade desses materiais, mas ao que tudo indica, devemos apostar no êxito destas pesquisas, que podem vir a revolucionar os equipamentos de condução, os meios de transporte etc.

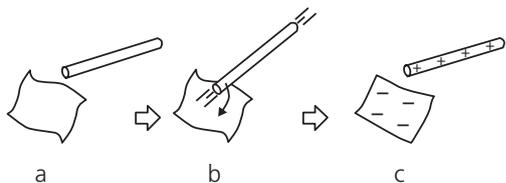
## Processos de eletrização

Denomina-se **eletrização** o processo através do qual um corpo, inicialmente neutro (descarregado) torna-se eletrizado (carregado), ganhando ou perdendo elétrons.

### Eletrização por atrito

Foi o primeiro processo de eletrização conhecido, e se baseia no fato de que ao atritarmos corpos de materiais diferentes eles podem trocar elétrons entre si. Pela Lei de Conservação da Carga, os valores das cargas elétricas adquiridas pelos dois corpos são iguais em módulo e opostos em sinal.

**Exemplo:** se atritarmos um pedaço de seda com um bastão de vidro, a seda adquire carga negativa, e o vidro, carga positiva.



➤ Um bastão de vidro e um pedaço de seda, inicialmente neutros (a) são atritados, havendo passagem de elétrons do vidro para a seda (b), que ficam, ao final do processo, com cargas positiva e negativa, respectivamente (c).

Experiências sucessivas envolvendo diferentes materiais possibilitaram a criação de uma relação ordenada de materiais, denominada **série triboelétrica**. Um material da série, atritado com outro que o segue, fica eletrizado positivamente, e atritado com outro que o precede fica eletrizado negativamente.

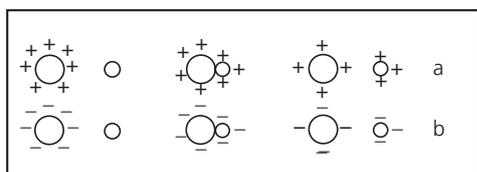
Série triboelétrica	
Pele de coelho	
Vidro polido	
Mica	
Marfim	
Lã	
Pele de gato	
Penas	
Seda	
Algodão	
Âmbar	
Ebonite	
Celuloide	

➤ Série triboelétrica.

## Eletrização por contato

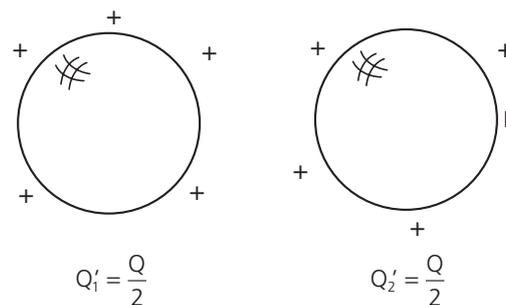
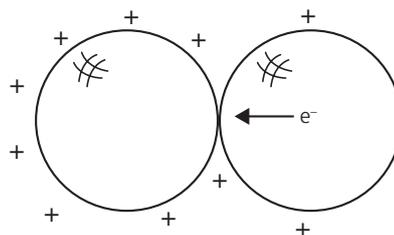
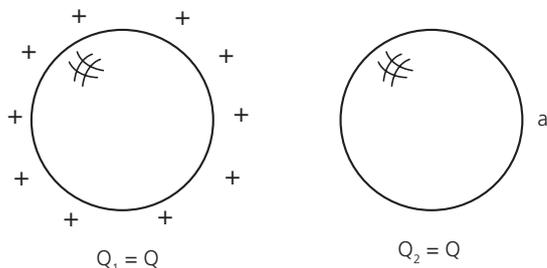
É o processo que ocorre quando um corpo neutro é colocado em contato com um corpo eletrizado, havendo uma redistribuição de carga elétrica entre eles. Se um ou ambos os corpos são isolantes, a troca de cargas se dá apenas em uma pequena região em torno do contato. Se ambos os corpos forem condutores, a troca de cargas afeta a totalidade dos mesmos. Observe que as cargas finais dos corpos é a mesma do corpo carregado inicialmente.

**Exemplos:**



➤ Eletrização por contato entre dois condutores, sendo inicialmente carregado com carga positiva a e negativa b.

No caso de dois condutores há uma série de fatores que influenciam na distribuição final de cargas, como as dimensões e os formatos dos condutores, os "efeitos das pontas" etc. Algumas destas influências serão estudadas ao definirmos o Potencial Elétrico. No caso bastante particular de condutores esféricos idênticos, a redistribuição de cargas se faz meio a meio.

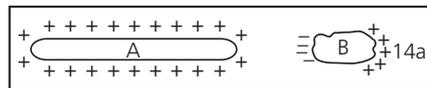


➤ Eletrização por contato de duas esferas condutoras idênticas. Inicialmente uma está carregada e a outra está neutra (a). Após o contato (b) a carga se distribui pela metade entre as duas esferas (c).

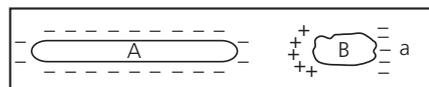
## Eletrização por indução

Ao aproximar-se um corpo eletrizado de um condutor inicialmente neutro, sem que haja contato, há uma migração de elétrons livres, separando as cargas e criando duas regiões com sinais opostos no condutor.

**Exemplos:**



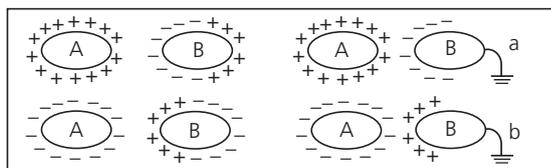
Aproximando-se um corpo positivo de um condutor neutro, provoca-se uma separação de cargas no condutor.



➤ Indução Eletrostática num condutor devido à aproximação de um corpo carregado positivamente (a) e negativamente (b).

Aproximando-se um corpo negativo de um condutor neutro, provoca-se uma separação de cargas no condutor.

Em ambos os casos, ao ligarmos o corpo **B** à Terra, por qualquer ponto, esta neutraliza em **B** as cargas com mesmo sinal de **A**, conforme a figura abaixo.



➤ Ao ligarmos o corpo neutro à Terra, as cargas de mesmo sinal que o corpo eletrizado se neutralizam.

Nesta etapa do processo, se afastássemos o corpo eletrizado **A**, a Terra descarregaria o corpo **B**. Portanto, para mantermos o corpo **B** carregado é preciso desfazer a ligação com a Terra e só então afastar o corpo **A**. Ao final do processo, o corpo **B** fica carregado com carga oposta à do corpo **A**.

## Lei de Coulomb

Experiências de alta precisão mostram que a força eletrostática entre duas cargas é proporcional ao produto das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas. As primeiras experiências que evidenciaram essa relação foram realizadas por H. Cavendish, entre 1771 e 1773, mas somente em 1785, Charles Augustin de **Coulomb** enunciou a lei que leva o seu nome, após realizar a clássica experiência com a balança de torção. Trata-se, portanto de uma lei **empírica**, que não admite demonstração. Um possível enunciado para esta lei segue abaixo:

“A força de Interação entre duas cargas elétricas pontuais em repouso é diretamente proporcional ao produto entre elas e inversamente proporcional ao quadrado da distância, atua ao longo da linha reta que as une e é repulsiva, se as cargas forem de mesmo sinal e atrativa, se forem de sinais contrários.

Uma carga pontual é uma distribuição de cargas que se dá numa região de dimensões desprezíveis no problema.

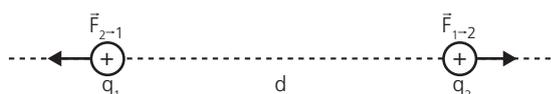
Uma forma de representar o enunciado acima numa expressão única é:

$$|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}| = |\vec{F}_{1 \rightarrow 2}| = K \frac{q_1 q_2}{d^2} \vec{e}_{1 \rightarrow 2}$$

onde  $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$  é a força que a carga 1 exerce sobre a carga 2 e  $\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$  é a força que a carga 2 exerce sobre a carga 1,  $q_1$  e  $q_2$  são os valores das cargas.

**d** é a distância entre elas.

**k** é uma constante de proporcionalidade.



➤ Representação esquemática das forças entre duas cargas pontuais.

A constante de proporcionalidade (constante eletrostática) depende do meio em que se encontram as cargas. No vácuo, esta constante é dada por:

$$k_0 = 9,0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \quad \text{no SI}$$

A constante eletrostática está relacionada de forma simples com outra grandeza física, a permissividade elétrica absoluta ou simplesmente permissividade elétrica do meio em questão.

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$$

Para o vácuo, a permissividade elétrica é:

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2 \quad \text{no SI}$$

Os outros meios são caracterizados por uma grandeza adimensional, denominada permissividade relativa ou constante dielétrica, definida como:

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

A seguir, apresentamos alguns valores para a constante dielétrica:

Meio	Constante dielétrica
Vácuo	1,00000
Ar	1,00054
Água	78
Papel	3,5
Mica	5,4
Âmbar	2,7
Porcelana	6,0
Vidro Pirex	4,5
Poliestileno	2,3
Teflon	2,1
Cera	7,8
Querosene	2,0
Parafina	2,0
Álcool	26
Ebonite	2,7

➤ Constante dielétrica de alguns meios dielétricos.

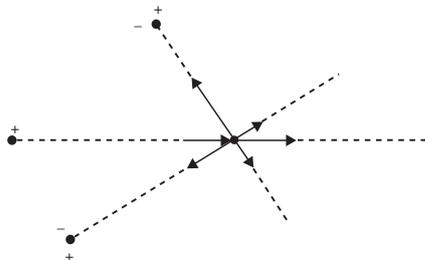
### Observações:

- A constante dielétrica do ar é praticamente igual à do vácuo, o que nos permite resolver problemas no ar, usando as constantes do vácuo, com erros inferiores a 0,1%.
- Perceba que, em qualquer meio dielétrico, a força eletrostática entre duas cargas pontuais diminui. Este efeito deve-se precisamente ao fenômeno de **polarização** que se opõe ao campo elétrico, reduzindo a intensidade das interações eletrostáticas.
- As constantes dielétricas de compostos **polares** como a água e o álcool são visivelmente maiores do que as de materiais apolares como o querosene e a parafina. Como você explicaria este fato?

## Princípio da superposição – distribuições de carga

Sendo a força uma grandeza vetorial, devemos levar em conta este fato na expressão da força entre várias cargas elétricas. Sejam  $N$  cargas pontuais  $q_1, q_2, \dots, q_N$ , que exercem forças  $\vec{F}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) sobre uma das forças  $\vec{F}_1$ :

O princípio da superposição estabelece que a força resultante sobre a carga  $q$  é a soma (vetorial, claro) das forças  $\vec{F}_i$ .



➤ Representação do Princípio de Superposição.

Analisando a força resultante em  $q$ , vemos que  $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots \rightarrow \vec{F}_R = \sum_i \vec{F}_i \rightarrow$  onde  $i = 1, \dots, N$ .

No entanto, nem sempre é possível termos uma distribuição de cargas pontuais discretas.

Vários problemas são resolvidos considerados distribuições contínuas de cargas. Assim, se o corpo tiver a forma de um arame ou fio ou de uma haste muito fina, temos, praticamente, uma distribuição linear de carga. Se o corpo tiver o formato de uma chapa, de uma placa como as de um capacitor ou de uma superfície de espessura desprezível, trata-se de uma distribuição superficial. Finalmente, os corpos nos quais não há nenhuma dimensão que possa ser desprezada diante das demais, são considerados distribuições volumétricas de carga.

## Distribuições lineares – densidade linear de carga

Para distribuições lineares como o fio abaixo, definimos a **densidade linear de carga** ( $\lambda$ ) como a carga por unidade de comprimento. Selecionando um elemento de comprimento ( $\Delta\ell$ ), contendo uma carga  $\Delta q$ , temos:



➤ Distribuição linear de carga.

Se a densidade linear for uma constante (distribuição uniforme) podemos calculá-la como:  $\lambda = \frac{q}{\ell} \rightarrow q = \lambda \ell$

onde  $\ell$  é o comprimento total do fio e  $q$  é a carga total contida sobre ela.

## Distribuição superficial – densidade superfície de carga

Para distribuições de carga como a da superfície abaixo, definimos a densidade superficial de carga ( $\sigma$ ) com a carga por unidade de área. Para um elemento de superfície  $\Delta A$  contendo um elemento de carga  $\Delta q$ , podemos escrever:

$$\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta A}$$

➤ Distribuição superficial de carga.

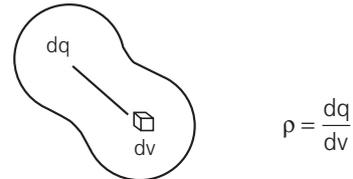
Para distribuições uniformes, temos:

$$\sigma = \text{constante} \rightarrow q = \sigma A,$$

onde  $A$  é a área total da superfície e  $q$  é a carga total sobre ela.

## Distribuição volumétrica – densidade volumétrica de carga

Repetindo os passos análogos dos casos anteriores, definimos a densidade volumétrica de carga ou, simplesmente, densidade de carga ( $\rho$ ) como a carga por unidade de volume. Para um elemento de volume  $\Delta V$  contendo uma carga elementar  $\Delta q$  temos:



➤ Distribuição volumétrica de carga.

Analogamente, em distribuições uniformes, temos:

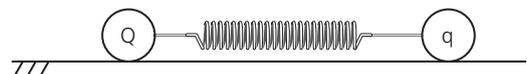
$$\rho = \text{constante} \rightarrow q = \rho V,$$

onde  $V$  é o volume total do corpo e  $q$  é a carga total nele contida.



## Exercícios de Fixação

- Um condutor isolado perde elétrons. Podemos afirmar:
  - O condutor fica carregado positivamente.
  - O condutor fica carregado negativamente.
  - O condutor fica neutro.
  - O condutor fica neutro ou carregado positivamente.
  - Nada se pode afirmar.
- A figura mostra uma carga  $Q$  fixa, presa a uma mola de constante elástica  $\alpha$ . Na outra extremidade da mola há uma carga móvel  $q$  (de mesmo sinal que  $Q$ ) e massa  $m$ , livre para se mover sem atrito. Considerando que na posição de equilíbrio de  $q$  a mola possui um comprimento  $L$ , e que a constante eletrostática do meio é  $K$ , o valor do período para pequenas oscilações de  $q$  é dado por:

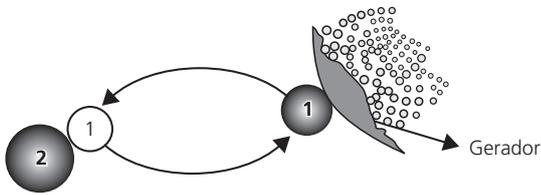


- $2\pi \sqrt{\frac{m}{\alpha + \frac{KQq}{L^2}}}$
- $2\pi \sqrt{\frac{m}{\alpha}}$
- $2\pi \sqrt{\frac{m}{\alpha + \frac{KQq}{L^3}}}$
- $2\pi \sqrt{\frac{m}{\alpha + \frac{2KQq}{L^3}}}$
- $2\pi \sqrt{\frac{m}{\alpha - \frac{KQq}{L^3}}}$

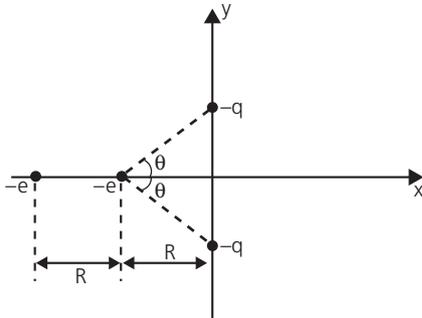
03. Após atritarmos um bastão de ebonite com um pedaço de lã, medimos o valor da carga adquirida por aquele. Um possível valor para esta medida é:

- A)  $+8,0 \times 10^{-19}C$
- B)  $-7,2 \times 10^{-19}C$
- C)  $+5,4 \times 10^{-19}C$
- D)  $-4,8 \times 10^{-19}C$
- E) Os valores dos itens **b** e **d** são possíveis.

04. A bola 1 pode carregar-se até certa carga  $Q$  mediante um gerador. Em seguida, mediante o contato com a bola 2, a primeira pode transmitir para a segunda bola parte da carga. No primeiro contato, a bola 2 passou a ter uma carga  $q$ . (A bola 2, antes dos processos, está neutra). Determine que carga pode adquirir a bola 2 repetindo-se reiteradamente o processo.

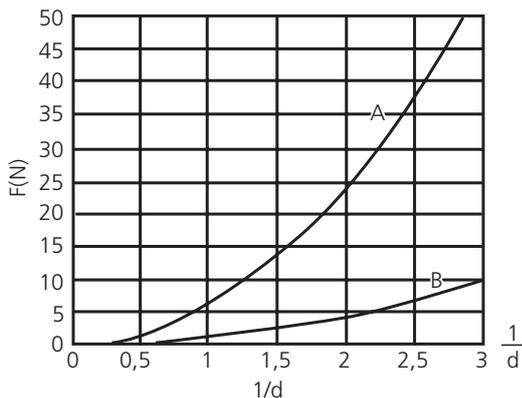


05. A figura abaixo mostra dois elétrons (cargas  $-e$ ) sobre o eixo  $-x$  e dois íons idênticos (cargas  $-q$ ) e idênticos ângulos  $\theta$ . O elétron central está livre para mover-se. As outras partículas estão fixas a manter o elétron livre fixo. Determine uma expressão de  $q$  versus  $\theta$ .



06. Considere o gráfico abaixo onde estão representadas as curvas **A** e **B**, das forças de interação eletrostática de duas cargas puntiformes, em função do inverso da distância, no vácuo e no óleo.

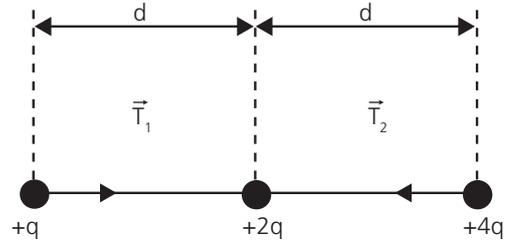
Gráfico da força  $F$  (N) em função de  $1/d$  em dois meios diferentes



Assinale a alternativa que corresponde à curva que representa a força eletrostática no vácuo, bem como aproximadamente a permissividade relativa do óleo.

- A) B,  $\epsilon_r \cong 6$
- B) A,  $\epsilon_r \cong 6$
- C) B,  $\epsilon_r \cong \sqrt{6}$
- D) A,  $\epsilon_r \cong \sqrt{6}$
- E) A,  $\epsilon_r \cong 3$

07. Três cargas  $+q$ ,  $+2q$  e  $+4q$  estão presas por fios, conforme o esquema abaixo. As trações  $T_1$  e  $T_2$  valem, respectivamente:

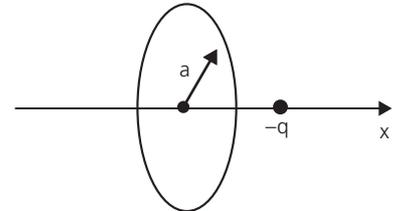


$k \rightarrow$  constante eletrostática do meio.

- A)  $\frac{3kq^2}{d^2}; \frac{9kq^2}{d^2}$
- B)  $\frac{4kq^2}{d^2}; \frac{9kq^2}{d^2}$
- C)  $\frac{3kq^2}{d^2}; \frac{8kq^2}{d^2}$
- D)  $\frac{kq^2}{d^2}; \frac{4kq^2}{d^2}$
- E)  $\frac{2kq^2}{d^2}; \frac{8kq^2}{d^2}$

08. Considere um anel carregado positivamente de forma homogênea. Uma carga negativa ( $-q$ ,  $m$ ) está restrita a se mover somente ao longo do eixo que passa pelo centro do anel de carga  $Q$  e raio  $a$ . Sabendo-se que se a carga  $-q$  é liberada em uma posição  $x \ll a$ , ela descreverá um M.H.S., cujo período é:

- A)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 m a^2}{q Q}}$
- B)  $T = \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 m a^3}{q Q}}$
- C)  $T = \pi \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 m a^3}{q Q}}$
- D)  $T = 4\pi \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 m a^3}{q Q}}$
- E) n.r.a.



09. Na eletrização por indução, ao conectarmos um eletroscópio de folhas à Terra, podemos afirmar que:

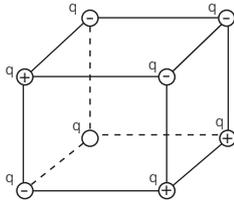
- A) as folhas se fecham.
- B) as folhas se abrem se o indutor é positivo, pois os elétrons sobem da terra.
- C) as folhas ficam na mesma posição, pois os elétrons só irão neutralizar as cargas induzidas.
- D) somente se a carga do eletroscópio for negativa as folhas se fecham, pois os elétrons irão se escoar para a Terra.
- E) somente se a carga do eletroscópio for positiva as folhas se fecham, pois os elétrons irão subir da Terra, neutralizando-a.



19. Duas bolas de vidro iguais, com dimensões razoáveis estão carregadas com cargas iguais a  $-Q$  e colocadas perto uma da outra, de tal maneira que a distância entre seus centros seja  $D$  e que sejam evidenciados fenômenos de indução. Duas bolas de ferro com o mesmo tamanho que as de vidro, mesma carga, são colocadas à mesma distância  $D$ , então:
- a força de repulsão é maior nas bolas de vidro.
  - a força de repulsão é menor nas bolas de vidro.
  - a força nas bolas de vidro tem a mesma intensidade que a força nas bolas de ferro.
  - nas bolas de vidro não aparece força elétrica devido serem isoladas.
  - nenhuma das proposições é verdadeira.

20. Duas cargas positivas  $+q$  estão distanciadas de  $2D$ . No ponto médio do segmento que une as cargas fixas  $+q$  existe uma carga  $-q$ . Deslocando-se a carga  $-q$  levemente da sua posição de equilíbrio e abandonando-a, esta oscila em torno da posição de equilíbrio mantendo-se sobre a mediatriz do segmento que une as cargas  $+q$ . Determine o período da oscilação, considerando pequenas amplitudes. As cargas têm massa  $m$ .

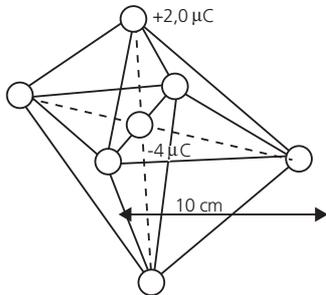
21. (PUC-SP/2006) Em cada um dos vértices de uma caixa cúbica de aresta 1 foram fixadas cargas elétricas de módulo  $q$  cujos sinais estão indicados na figura.



Seja  $k$  a constante eletrostática do meio, o módulo da força elétrica que atua sobre uma carga, pontual de módulo  $2q$ , colocada no ponto de encontro das diagonais da caixa cúbica é:

- $4kq^2/3\ell^2$
- $8kq^2/3\ell^2$
- $16kq^2/3\ell^2$
- $8kq^2/\ell^2$
- $4kq^2/\ell^2$

22. Seis cargas idênticas, de  $+2,0\mu\text{C}$  são dispostas nos vértices de um octaedro regular e uma carga de  $-4,0\mu\text{C}$  é colocada no seu centro, conforme a figura. Sabendo que a aresta do octaedro mede 10 cm, calcule o módulo da força sobre cada uma das cargas positivas, aproximadamente.



**Observação:**

No octaedro regular, a distância do centro a qualquer um dos vértices é a mesma.

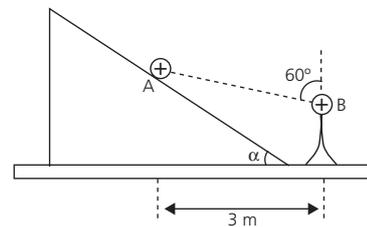
- 2,6N
- 4,2N
- 7,2N
- 9,0N
- Outro valor.

23. Um eletroscópio de folhas, previamente carregado com uma carga de sinal desconhecido, é submetido a alguns testes:
- Aproxima-se um condutor neutro e as folhas se fecham ligeiramente;
  - Afasta-se o condutor neutro e aproxima-se um isolante carregado positivamente e observa-se que as folhas também se fecham ligeiramente.

Desta forma:

- determine a carga de eletroscópio. Justifique.
- se nas condições do item II ligamos o eletroscópio à Terra, o que acontecerá com as cargas no eletroscópio? Explique em termos de movimentação destas cargas.

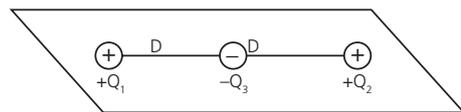
24. Uma pequena esfera  $A_1$  de carga  $+Q$  e massa  $m$ , encontra-se em repouso nas proximidades de um plano inclinado, quando dela é aproximada lentamente uma segunda esfera  $B$ , de carga  $+Q$ , fixa sobre um suporte isolante.



Devido à repulsão eletrostática, a esfera  $A$  desloca-se ao longo da rampa sem atrito, estacionando na posição ilustrada anteriormente. Determine o ângulo  $\alpha$ .

**Dados:** Constante eletrostática =  $9 \cdot 10^9$ (SI)  
 $g = 10 \text{ m/s}^2$   $Q = 2\mu\text{C}$ ,  $m = 0,3 \text{ g}$

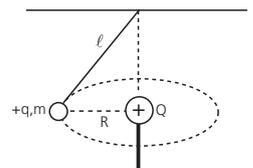
25. Três cargas puntiformes  $+Q_1$ ,  $+Q_2$  e  $-Q_3$  encontram-se fixas e alinhadas num plano horizontal sem atrito, como no esquema abaixo. Sabe-se que qualquer carga  $+q$  permanece em equilíbrio quando abandonada nesse plano horizontal, num certo ponto  $P$ , localizado a uma distância  $D$  de carga  $-Q_3$ .



A partir dessas informações, com base na Lei de Coulomb, pode-se concluir que:

- $\left(\frac{Q_1}{4Q_3}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{Q_2}{4Q_3}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$
- $\left(\frac{Q_1}{2Q_2}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{Q_2}{2Q_3}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$
- $\left(\frac{Q_1}{5Q_2}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{-Q_2}{5Q_3}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$
- $\left(\frac{Q_1}{3Q_3}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{Q_2}{3Q_3}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$

26. Na montagem ao lado, a partícula  $P$  de massa  $m$  e carga positiva  $q$ , está suspensa por um fio inextensível de comprimento  $\ell$ , de tal modo a descrever um movimento circular de raio constante  $R$ . No centro da trajetória circular existe uma carga  $+Q$ . Determine a velocidade do movimento circular em função de  $Q$ ,  $q$ ,  $m$ ,  $\ell$ ,  $R$ , da aceleração da gravidade local  $g$  e da permissividade elétrica do ar  $\epsilon_0$ .



27. Duas pequenas esferas, de mesmo material e mesma massa, estão presas por dois fios de seda ao mesmo ponto de suspensão. Quando se fornecem às esferas cargas elétricas iguais em valor e sinal, os fios formam entre si o ângulo  $\alpha$ . Determine a massa específica do material que constitui as esferas, sabendo que o ângulo entre os fios não muda quando as esferas são mergulhadas em querosene, cuja massa específica é  $0,8 \text{ g/cm}^3$  e cuja permissividade elétrica é  $\epsilon = 2\epsilon_0$ .

28. Duas cargas iguais a  $+Q$  estão fixas e localizadas a uma distância  $a$ , uma da outra. Ao longo de eixo de simetria do sistema destas cargas, pode-se mover uma terceira carga  $-q$ , que possui massa  $m$ . Considerando pequena distância da carga  $-q$  até a reta, que une as cargas  $+Q$ , o período de oscilações da carga  $-q$  é:

- A)  $T = \frac{\pi a}{2} \sqrt{\frac{m\pi\epsilon_0 a}{Q \cdot q}}$
- B)  $T = \pi a \cdot \sqrt{\frac{2m\pi\epsilon_0 a}{Q \cdot q}}$
- C)  $T = \pi a \cdot \sqrt{\frac{m\pi\epsilon_0 a}{2Q \cdot q}}$
- D)  $T = 2\pi a \cdot \sqrt{\frac{m\pi\epsilon_0 a}{Q \cdot q}}$
- E) n.r.a.

29. Um eletroscópio de folhas, inicialmente neutro, é eletrizado seguindo os seguintes passos:

1. Aproxima-se da parte superior do eletroscópio um bastão carregado positivamente;
2. Conecta-se o eletroscópio à terra, ainda na presença do bastão;
3. Desconecta-se o eletroscópio da terra, ainda na presença do bastão;
4. Afasta-se o bastão.

Analise as afirmativas:

- I. O eletroscópio de folhas encontrava-se antes do passo 1 com as folhas abertas;
- II. Quando da execução do passo 1 as folhas se abriam;
- III. Quando da execução do passo 2 as folhas se fecharam parcialmente;
- IV. Quando da execução do passo 3 as folhas continuavam do jeito que se encontravam quando da execução do passo 2;
- V. Quando da execução do passo 4, as folhas se fecham;
- VI. A carga final do eletroscópio é negativa;
- VII. A carga final do eletroscópio é positiva;
- VIII. Ao aproximar do eletroscópio já carregado um corpo positivamente carregado, as folhas tendem a fechar;
- IX. Ao se aproximar do eletroscópio já carregado um corpo de carga desconhecida, se as folhas se abrirem é porque a carga do corpo é positiva;
- X. Independente da situação, ao se aterrar o eletroscópio, as folhas se fecham.

Assinale a alternativa que corresponde às afirmações verdadeiras.

- A) I, III, V, VI, VIII e X
- B) II, IV, V, VI e VIII
- C) I, III, V, VII e IX
- D) II, IV, VI, VIII e X
- E) II, IV, VII, VIII e X

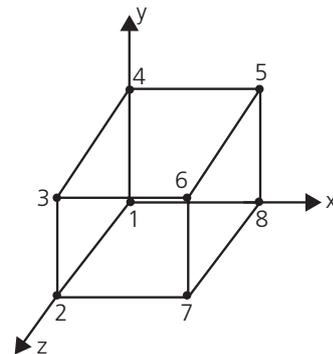
30. Considere um cubo de aresta 1m com lados coincidentes com um sistema de coordenados  $xyz$ , conforme se vê na figura.

Considere:  $Q_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ mc}$ ;

$$Q_2 = Q_8 = Q_4 = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ c}$$

$$Q_7 = Q_5 = Q_3 = \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ c}$$

$$Q_6 = \sqrt{2} \text{ c}$$



Sendo estas cargas dispostas no vácuo ( $k_0 = 9 \times 10^9 \text{ SI}$ ), o módulo da força elétrica resultante sobre a carga  $Q_1$  vale:

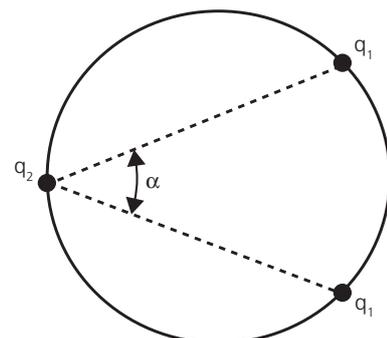
- A)  $37\sqrt{3} \text{ N}$
- B)  $30\sqrt{3} \text{ N}$
- C)  $27\sqrt{3} \text{ N}$
- D)  $9\sqrt{3} \text{ N}$
- E)  $9 \text{ N}$



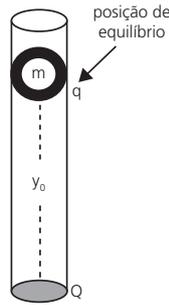
### Exercícios Propostos

01. Na figura, três cargas puntiformes podem mover-se vinculadas (sem atrito) a um aro circular apoiado num plano horizontal. Duas das cargas têm o mesmo valor  $q_1$ , e a terceira tem valor  $q_2$ . Sabendo-se que, na posição indicada em equilíbrio, a razão  $\frac{q_1^2}{q_2^2} = \frac{2(1 - \cos \alpha)^3}{\cos^2 \alpha}$  para que o sistema permaneça em equilíbrio.

Prove a relação acima.



02. Pequena e puntiforme massa  $m$ , com carga  $q$ , move-se verticalmente no interior de um cilindro sem atrito, conforme a figura. No fundo do cilindro está uma outra massa puntiforme de carga  $Q$  com o mesmo sinal que  $q$ . A massa  $m$  é ligeiramente deslocada da posição de equilíbrio e solta, a qual passa a efetuar um movimento harmônico simples com pulsação igual a:

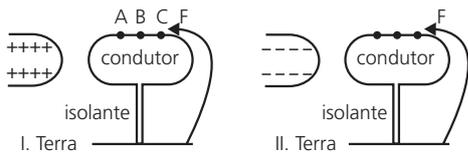


- A)  $\sqrt{\frac{2g}{y_0}}$       B)  $\sqrt{\frac{g}{y_0}}$   
 C)  $\sqrt{\frac{g}{2y_0}}$       D)  $\sqrt{\frac{3g}{y_0}}$   
 E) n.r.a.

03. Sobre uma placa horizontal de vidro coloca-se um aro circular de material isolante. Em pontos **A** e **B**, diametralmente opostos, fixam-se com cera corpúsculos eletrizados com cargas  $q_1$  e  $q_2$  respectivamente. Em um ponto qualquer do círculo envolvido pelo aro abandona-se uma pequena esfera eletrizada. Sabendo-se que as três cargas mencionadas são homônimas, e que a terceira estaciona-se em um ponto **C** do aro, tal que  $\widehat{CAB} = \theta$ , determine a razão  $\frac{q_2}{q_1}$ .

- A)  $\sec^3 \theta$       B)  $\cos^2 \theta$   
 C)  $\tan^3 \theta$       D)  $\tan^2 \theta$   
 E)  $\cot^3 \theta$

04. Deseja-se carregar negativamente um condutor metálico pelo processo de indução eletrostática. Nos esquemas **I** e **II**, o condutor foi fixado na haste isolante, **F** é um fio condutor que nos permite fazer o contato com a Terra nos pontos **A**, **B** e **C** do condutor. Devemos utilizar:

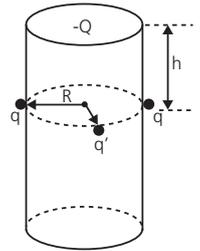


- A) o esquema **I** e ligar necessariamente **F** em **C**, pois as cargas positivas aí induzidas atrairão elétrons da Terra, enquanto que se ligarmos em **A**, os elétrons aí induzidos pela repulsão eletrostática, irão impedir a passagem de elétrons para a região **C**.  
 B) o esquema **II** e ligar necessariamente **F** em **A**, pois as cargas positivas aí induzidas atrairão elétrons da Terra, enquanto que se ligarmos em **C**, os elétrons aí induzidos pela repulsão eletrostática, irão impedir a passagem de elétrons para a região **A**.  
 C) qualquer dos esquemas **I** ou **II**, desde que liguemos **F** respectivamente em **C**, e em **A**.  
 D) o esquema **I**, no qual a ligação de **F** com o condutor poderá ser efetuada em qualquer ponto do condutor, pois os elétrons fluirão da Terra ao condutor até que o mesmo atinja o potencial da Terra.  
 E) o esquema **II**, no qual a ligação de **F** com o condutor poderá ser efetuada em qualquer ponto do condutor, pois os elétrons fluirão da Terra ao condutor, até que o mesmo atinja o potencial da Terra.

05. Considere  $N + 1$  esferas condutoras idênticas, sendo **N** neutras e uma carregada com carga  $q$  (esfera **A**). São feitas as seguintes operações:

1. Coloca-se em contato a esfera carregada com uma neutra;
2. Em seguida, coloca-se a esfera **A** em contato com duas neutras;
3. Coloca-se agora a esfera **A** com três neutras;
4. Os processos acima continuam sendo feitos até que a esfera **A** entre em contato com todas as **N** esferas neutras. Determine a carga final da esfera **A**. Note que de um processo para o subsequente sempre aumenta uma neutra e teremos uma operação completa quando todas as **N** neutras forem tocadas.

06. A figura mostra uma carga puntiforme,  $-Q$ , situada no centro da base superior de um cilindro de raio  $R$ . Uma pequena esfera eletrizada com carga  $q$  gira sobre a superfície lateral do cilindro, numa trajetória circular horizontal. Adote  $g$  como a aceleração da gravidade e  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ .

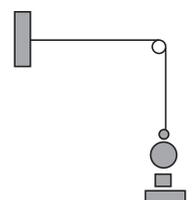


- A) A carga  $q$  pode ser negativa ou positiva e sua velocidade máxima para que ela fique apoiada na superfície lateral do cilindro é  $V = R\sqrt{\frac{g}{h}}$ .  
 B) A carga  $q$  é necessariamente positiva e sua velocidade máxima para que ela fique apoiada na superfície lateral do cilindro é  $V = R\sqrt{\frac{g}{h}}$ .  
 C) A carga  $q$  é necessariamente negativa e sua massa vale  $m = \frac{Qqh}{4\pi\epsilon_0 g(R^2 + h^2)^{3/2}}$ .  
 D) A carga  $q$  é necessariamente positiva e sua velocidade mínima para que ela fique apoiada na superfície lateral do cilindro vale  $V = R\sqrt{\frac{g}{h}}$ .  
 E) A carga  $q$  é necessariamente negativa, sua massa vale  $m = \frac{Qqh}{4\pi\epsilon_0 g(R^2 + h^2)}$  e sua velocidade máxima para que ela se mantenha apoiada na superfície lateral do cilindro vale  $V = \sqrt{Rg}$ .

07. Duas cargas puntiformes  $q$ , iguais, estão separadas por uma distância  $2b$ . Uma terceira carga  $q$  é obrigada a permanecer na mesma linha que une as anteriores. Mostrar que, se  $x$  é o deslocamento da terceira carga, a partir do ponto médio das outras duas, existe uma força de restituição para pequenos deslocamentos  $x \ll b$ , que é aproximadamente linear, isto é:

$$F = \frac{q^2 x}{\pi\epsilon_0 b^3}$$

08. Na figura ao lado, uma corda é fixada a uma parede e depois de passar por uma roldana é tensionada por uma esfera metálica com 330 g de massa. Uma segunda esfera metálica, firmemente presa no solo, é colocada verticalmente abaixo da primeira.



Sabendo que a distância entre a parede e a roldana é de 0,50 m e que a distância entre os centros das esferas é de 10 cm, determine a frequência fundamental do trecho da corda entre a parede e a roldana:

**Dados:**

- Aceleração da gravidade  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$
- Permissividade do vácuo  $\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-2} \text{ P/m}$
- Densidade linear da corda  $\mu = 2,0 \text{ g/m}$

- A) com as duas esferas descarregadas.
- B) com as duas esferas carregadas, a primeira com uma carga elétrica de  $-1,0 \cdot 10^{-7} \text{ C}$  e a segunda com uma carga elétrica de  $-2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ .

09. Um professor de Física tomou uma pequena esfera metálica e eletrizou-a com uma carga elétrica  $q$ . Em seguida, tomou outras  $n$  ( $n$  é par) esferas neutras, idênticas à primeira, e provocou um contato simultâneo da primeira com metade das esferas neutras. Depois, colocou a primeira esfera em contatos sucessivos com as demais, que ainda estavam neutras. Qual a carga final da primeira esfera?

10. Duas cargas positivas iguais estão separadas por uma distância  $2a$ . Uma carga de prova puntiforme é colocada num plano equidistante das duas primeiras, perpendicular ao segmento de reta que as une. Calcule o raio  $r$  da circunferência nesse plano, para os pontos da qual a força na carga de prova é máxima.

- A)  $a$
- B)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
- C)  $a\sqrt{2}$
- D)  $\frac{a}{2}$
- E) nenhum dos valores anteriores citados.

11. O ganhador do prêmio Nobel de Física Richard Feynman (1965 – Eletrodinâmica Quântica) disse uma vez que se duas pessoas ficassem de pé a um braço de distância uma da outra e se cada uma delas tivesse 1% mais elétrons do que prótons, a força de repulsão entre elas seria bastante para levantar um “peso” igual ao de toda a Terra. Faça um cálculo da ordem de grandeza para confirmar essa afirmação.

**Observações:**

- I. Justifique todos os valores estudados na questão;
- II. Como não faz sentido dizer que a Terra tem peso, imagine sua massa vezes 10.

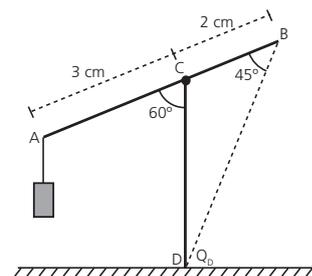
12.  $N$  esferas metálicas de raios  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ , inicialmente neutras, são postas em contato com outra esfera metálica de raio  $R$  e carga  $Q$ .

- A) Determine a carga final da esfera de carga  $Q$ , se esta é colocada em contatos sucessivos, isto é, primeiro com a esfera de raio  $R_1$ , segundo com a esfera de raio  $R_2$ , e assim por diante.
- B) Determine a carga final da esfera de carga  $Q$ , num contato simultâneo com as esferas neutras.

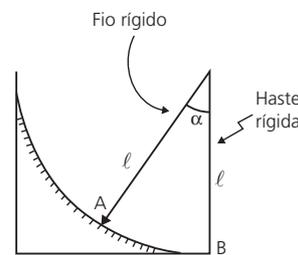
13. A haste AB de peso desprezível apoia-se sobre uma outra haste vertical. Na extremidade A da haste pende um corpo de peso  $15 \cdot 10^{-2} \text{ N}$  e na outra extremidade B existe uma carga puntiforme de  $-3\mu\text{C}$ . Considerando o equilíbrio da haste AB, o coeficiente de atrito estático mínimo no ponto C (referente ao contato entre as duas hastes) e carga puntiforme que deve haver no ponto D, valem, respectivamente: ( $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ )

**Dados:** Caso necessite, use  $\sin 15^\circ = 0,26$ ,  $\cos 15^\circ = 0,97$ ,  $\sin 30^\circ = 0,50$ ,  $\cos 30^\circ = 0,87$  e  $\sin 45^\circ = 0,71$ .

- A) 0,7 e 50nC
- B) 0,83 e 44,8nC
- C) 0,83 e 42,3nC
- D) 0,9 e 48,1nC
- E) 0,83 e 45,58nC



14. O **eletrômetro** é um aparelho que consta de uma haste vertical que tem articulado em seu ponto mais alto um fio rígido de comprimento  $\ell$  e massa  $m$ , que se afasta da haste sob ação elétrica. A indicação do aparelho é marcada em um quadrante dividido em graus, conforme a figura. Supondo que existam duas cargas puntiformes iguais, uma no ponto A e outra em B, determine a equação do eletrômetro, ou seja,  $Q = f(\alpha)$ .  $\epsilon \rightarrow$  permissividade do meio.



- A)  $Q = \pm 8\ell \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{2\pi\epsilon mg \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$
- B)  $Q = \pm 8\ell \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{2\pi\epsilon mg \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$
- C)  $Q = \pm 4\ell \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{2\pi\epsilon mg \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$
- D)  $Q = \pm 4\ell \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{2\pi\epsilon mg \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$
- E)  $Q = \pm 4\ell \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{2\pi\epsilon mg \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$

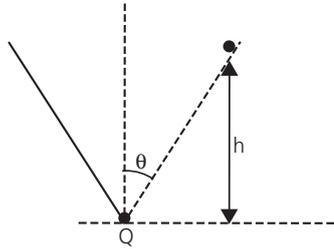
15. Quatro elétrons estão em rotação em torno de um próton formando um quadrado de lado  $R$ . Determine os módulos das velocidades dos elétrons em função de:

- $m \rightarrow$  massa do elétron
- $-e \rightarrow$  carga do elétron
- $e \rightarrow$  carga do próton
- $k \rightarrow$  constante eletrostática do meio

16. Sobre um plano horizontal existe uma guia circular perfeitamente lisa. Internamente à guia podem deslocar-se livremente três pequenas esferas eletrizadas; duas das esferas possuem carga  $Q_2$  e a terceira carga  $Q_1$ . Mostre que a relação entre  $Q_1$  e  $Q_2$ , sabendo-se que, na posição de equilíbrio, as esferas eletrizadas igualmente são vistas do centro da guia sob um ângulo central de  $60^\circ$ , vale:

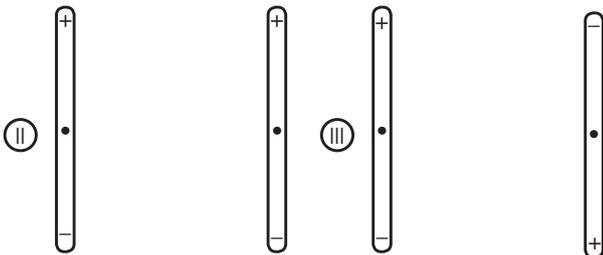
$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\sqrt{6}}{4} (\sqrt{3} + 1)^3$$

17. Uma pequena esfera com carga  $+Q$  é colocada no fundo de um cone e a outra esfera pequena de massa  $m$  é colocada na parede interna do cone como mostra a figura. Verifica-se que a segunda esfera permanece em equilíbrio a uma altura  $h$  em relação à primeira. Sendo  $g$  a aceleração da gravidade, a carga  $q$  da segunda esfera:



- A)  $q = 4\pi\epsilon_0 \frac{h^2mg}{Q \sin \theta}$       B)  $q = 4\pi\epsilon_0 \frac{h^2mg}{Q \sin^2 \theta}$   
 C)  $q = 4\pi\epsilon_0 \frac{h^2mg}{Q \cos \theta}$       D)  $q = 4\pi\epsilon_0 \frac{h^2mg}{Q \cos^2 \theta}$   
 E) n.r.a.

18. Duas hastes isoladas são carregadas com cargas opostas em suas extremidades. Seus centros são montados de maneira que elas sejam livres para girar. Observe as configurações mostradas abaixo e analise os itens que se seguem.



III



- A) A configuração mostrada na figura I é inerentemente instável. Se ocorrer qualquer pequena rotação de uma das hastes e repulsão causará uma rotação adicional para longe dessa configuração.  
 B) A configuração da figura II é estável. Se as extremidades superiores positivas se aproximarem, irão repelir-se e moverão o sistema de volta para a configuração original.  
 C) A configuração da figura III é uma configuração de equilíbrio, mas é instável, pois se as extremidades superiores se aproximarem, a atração entre as extremidades superiores será maior do que a das extremidades inferiores e a configuração mudará para a configuração da figura IV.  
 D) A configuração da figura IV é estável.  
 E) Todas as sentenças estão corretas.
19. Partículas de poeira carregadas no espaço interestelar, todas de mesma massa e cada uma com excesso de  $n$  elétrons, formam uma nuvem esférica, estável e uniforme. Determine a massa de cada partícula.

**Dados:**

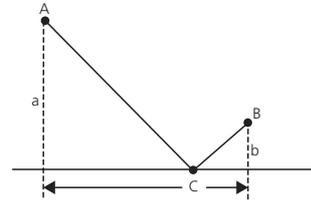
$\epsilon_0 \rightarrow$  permissividade elétrica

$G \rightarrow$  Constante de Gravitação Universal

$e \rightarrow$  carga elementar

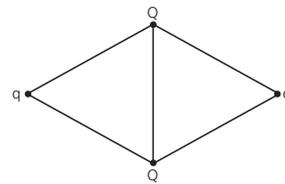
20. Os pontos fixos **A** e **B** estão eletrizados com carga  $+Q$  cada um. Um terceiro ponto **C**, eletrizado com carga  $-Q_0$  pode deslizar livremente sob a guia retilínea e horizontal, perfeitamente lisa. Verifica-se que o ponto **C** fica em equilíbrio quando o segmento **AC** é normal a **BC**.

Demonstre que entre **a**, **b** e **c** verifica-se a relação  $a^3 + b^3 = abc$ .



21. Quatro cargas positivas **q**, **Q**, **q**, **Q** estão conectadas através de cinco fios cada um com comprimento **L**. Sabe-se que  $Q = 3q$ . Encontre a força de tração (módulo) no fio vertical. Despreze a gravidade.

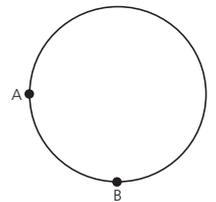
**Dados:**  $k$  – constante eletrostática



22. O ponto **A** tem peso **P** e carga **Q**, podendo deslocar-se internamente a uma pista circular, perfeitamente lisa, de raio **R**, situado em um plano vertical. O ponto **B**, mais baixo da pista é fixo e também tem carga **Q**. Na posição de equilíbrio do ponto **A** calcular:

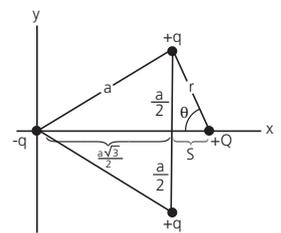
A) distância que une o ponto **A** com o ponto **B**, tal que  $r \neq 2R$ .

B) a intensidade da força que o ponto **A** exerce sobre a pista.



**Dados:** Considere **K** a constante eletrostática do meio, e as respostas deverão ser fornecidas em função de **K**, **Q**, **R** e **P**.

23. Três cargas de igual magnitude **q** estão presas nos vértices de um triângulo equilátero. Uma quarta carga **Q** está livre para mover-se ao longo do eixo **x** positivo, sob a influência das forças exercidas pelas três cargas fixas. Seja  $\theta$  ângulo para o qual **Q** está em equilíbrio. Podemos afirmar que:



A)  $(\cos \theta - \cos^3 \theta)(\sqrt{3} + \cot \theta)^2 = \frac{1}{2}$

B)  $\cos^4 \theta \cdot (\sqrt{3} + \tg \theta)^3 = \frac{1}{2}$

C)  $\sin^2 \theta \cos^2 \theta (\sqrt{3} + \sec^2 \theta)^2 = \frac{1}{2}$

D)  $\sin^2 \theta \cos^2 \theta \cdot (\sqrt{3} + \operatorname{cosec}^2 \theta)^2 = \frac{1}{2}$

E)  $(\sin^2 \theta + \sin^3 \theta) \cdot (\sqrt{3} + \cot \theta)^2 = \frac{1}{2}$

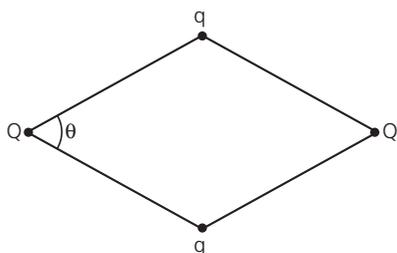
24. O Ministério da Ciência e Tecnologia coordenou, em 2005, como parte da Semana Nacional de Ciência e Tecnologia, uma atividade integrada nacionalmente "Brasil, Olhe Para a Água", com o objetivo de discutir temas ligados à água.

A estrutura, a qualidade e a reutilização da água, a poluição dos rios e lagos e a vida nas águas foram alguns dos temas discutidos. Determine o módulo da força elétrica resultante exercida pelos átomos de hidrogênio, de carga elétrica  $q$ , sobre o átomo de oxigênio, de carga elétrica  $-2q$ , em uma molécula de  $H_2O$ , sendo  $d$  o comprimento das ligações  $OH$ ,  $\alpha$ , o ângulo formado entre essas ligações, e  $k_0$ , a constante eletrostática do vácuo.

- A)  $\frac{4k_0q^2}{d^2} \cos \alpha$
- B)  $\frac{4k_0q^2}{d^2} \cos 2\alpha$
- C)  $\frac{4k_0q^2}{d^2} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$
- D)  $\frac{4k_0q^2}{d^2} \cos^2 \alpha$
- E) n.r.a.

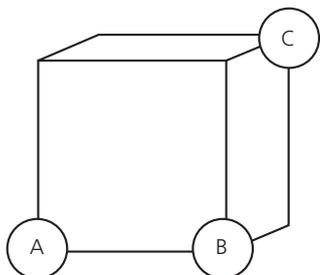
25. Quatro cargas positivas  $q, Q, q, Q$  estão ligados por quatro fios cada um com comprimento  $L$ . Sabe-se que  $Q = 8q$ . Determine o ângulo  $\theta$ . Despreze a gravidade.

Observação:  $K$  – constante eletrostática.



- A)  $\theta = 30^\circ$
- B)  $\theta = 2 \arctg(4)$
- C)  $\theta = 4 \arctg(2)$
- D)  $\theta = 4 \arctg\left(\frac{1}{3}\right)$
- E) n.r.a.

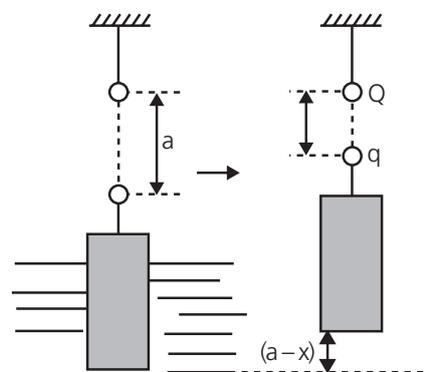
26. Três cargas positivas idênticas  $A, B$  e  $C$  são colocadas nos vértices de um cubo conforme a figura. Sabe-se que  $B$  e  $C$  se repelem com força de intensidade 3 N. Se  $F$  é o módulo da força elétrica resultante sobre  $A$ , pode-se garantir que:



- A)  $3N < F < 4N$
- B)  $4N < F < 5N$
- C)  $5N < F < 6N$
- D)  $6N < F < 7N$
- E)  $F > 7N$

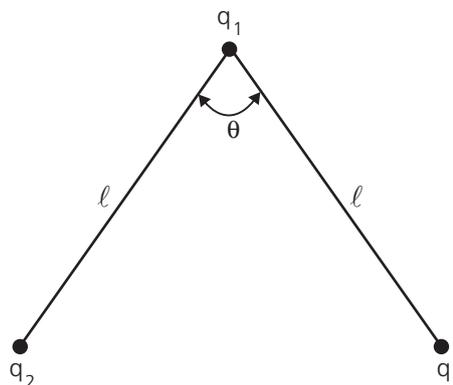
27. Um cilindro  $C$  de seção transversal  $S = 10 \text{ cm}^2$ , suportando em sua extremidade superior uma pequena esfera condutora  $B$ , flutua verticalmente em um líquido de densidade absoluta  $d = 1 \text{ g/cm}^3$ . Na mesma promada e acima da esfera  $B$  encontra-se uma esfera condutora  $A$ , fixa. Na posição de equilíbrio do cilindro flutuante a distância entre as esferas  $A$  e  $B$  é  $a = 20 \text{ cm}$ . Comunicam-se as esferas condutoras as cargas  $Q = 8\mu\text{C}$  e  $q = \frac{1}{9} Q$  de sinais opostos. Conseqüentemente o cilindro flutuante aflora e a distância entre as esferas diminui. Adotar  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- A) Em função da distância  $x$  entre as esferas, exprimir a intensidade  $F$  da atração elétrica entre elas e o peso aparente  $P_{ap}$  do cilindro flutuante.
- B) Em um gráfico cartesiano, representar  $F$  e  $P_{ap}$  em função de  $x$ .
- C) Com base no gráfico estudar o equilíbrio do sistema.



Observação: Use  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ (SI)}$ .

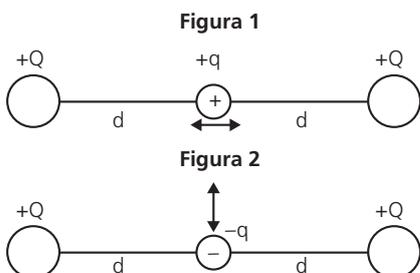
28. São dadas três esferas metálicas iguais, de raios desprezíveis, cada uma com massa  $m = 9 \text{ mg}$ . Uma delas fixa, possui carga  $q_1 = -\sqrt{2} \cdot 10^{-8} \text{ C}$ . As outras duas, cujas cargas são  $q_2 = q_3 = 8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ , estão penduradas nesta por dois fios de seda de mesmo comprimento  $\ell$ .



Adotar  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $R = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ .

- A) Qual o comprimento  $\ell$  dos fios para que os mesmos, na posição de equilíbrio, formem um ângulo reto?
- B) Nestas condições, qual a força de tração  $T$  exercida nos fios?

29. Uma partícula de massa  $m$  e carga positiva  $+q$  é colocada no centro do segmento da reta que une duas cargas fixas, cada uma de valor  $+Q$ , afastadas uma da outra de  $2d$  (figura 1). Se o movimento da partícula ficar restrito à direção desse segmento de reta, é possível mostrar que, para pequenos deslocamentos, ela descreve um movimento harmônico simples. Qual a pulsação  $\omega_1$  desse MHS? E se essa partícula for substituída por outra, também de massa  $m$ , mas de carga  $-q$ , movimentando-se no plano perpendicular ao segmento de reta que une as cargas fixas, qual a pulsação  $\omega_2$  desse movimento harmônico, também considerando pequenas oscilações?



- A)  $\omega_1 = \sqrt{\frac{2KQq}{md^3}}$  e  $\omega_2 = \sqrt{\frac{KQq}{md^3}}$
- B)  $\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\frac{2KQq}{md^3}}$
- C)  $\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\frac{4KQq}{md^3}}$
- D)  $\omega_1 = \sqrt{\frac{4KQq}{md^3}}$  e  $\omega_2 = \sqrt{\frac{2KQq}{md^3}}$
- E)  $\omega_1 = \sqrt{\frac{2KQq}{md^3}}$  e  $\omega_2 = \sqrt{\frac{4KQq}{md^3}}$

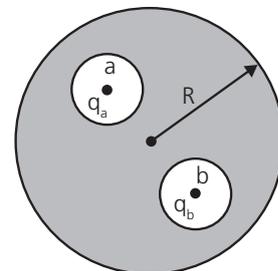
30. Dois corpúsculos eletrizados encontram-se à distância  $D$  um do outro e são carregados com cargas  $q_1$  e  $q_2$ . Unem-se os dois corpúsculos por meio de um fio de seda tal que um outro semelhante e de diâmetro  $d$  se romperia sob a ação de uma força de intensidade  $F$ . Determine o diâmetro mínimo que deve ter o fio para que possa resistir à repulsão entre os dois corpúsculos. O meio tem constante eletrostática  $K$ .

- A)  $\frac{2d}{D} \cdot \sqrt{\frac{kq_1q_2}{F}}$
- B)  $\frac{D}{2d} \cdot \sqrt{\frac{kq_1q_2}{F}}$
- C)  $\frac{d}{D} \cdot \sqrt{\frac{kq_1q_2}{F}}$
- D)  $\frac{d}{D} \cdot \sqrt{\frac{kq_1q_2}{2F}}$
- E)  $\frac{d}{D} \cdot \sqrt{\frac{2kq_1q_2}{F}}$

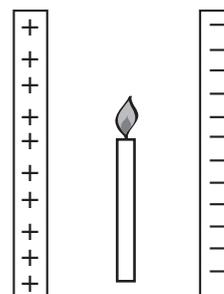
31. Duas cavidades esféricas, de raios  $a$  e  $b$ , no interior de uma esfera condutora neutra, têm cargas  $q_a$  e  $q_b$ , conforme mostra a figura. Sabendo-se que a distância entre os centros das cavidades é  $\frac{R}{2}$ , determine o módulo da força entre as cargas  $q_a$  e  $q_b$ .

Dado:  $\epsilon_0$  = permissividade elétrica

- A)  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_a \cdot q_b}{R^2}$
- B)  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_a \cdot q_b}{16R^2}$
- C)  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4q_a \cdot q_b}{R^2}$
- D)  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_a \cdot q_b}{(a+b)^2}$
- E) n.r.a.

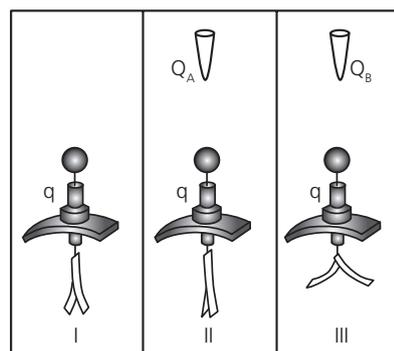


32. Uma vela acesa é colocada entre duas placas próximas e eletrizadas com cargas elétricas de sinais contrários, conforme figura.



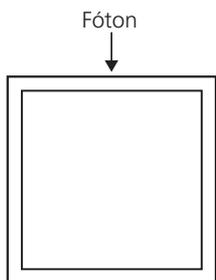
Supondo o sistema isolado de forças externas, pode-se afirmar que a chama da vela:

- A) será atraída pela placa eletrizada positivamente.
- B) não será atraída por nenhuma das duas placas.
- C) sofrerá um alongamento vertical.
- D) sofrerá uma diminuição do seu tamanho.
- E) será atraída pela placa eletrizada negativamente.
33. A esfera condutora de um eletroscópio está carregada com carga  $q$  deixando as folhas separadas conforme a figura I. Um bastão com carga  $Q_A$  é aproximado da esfera condutora (sem tocá-la) e as folhas do eletroscópio se aproximam, conforme a figura II. O bastão de carga  $Q_A$  é removido a um diferente com carga  $Q_B$ . Agora é aproximado, e as folhas do eletroscópio se afastam, conforme a figura III.



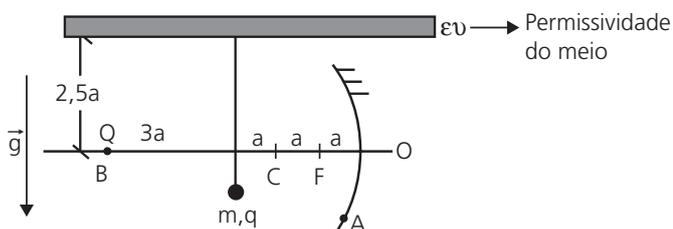
Marque a opção **correta**.

- A) O valor da carga  $Q_A$  é menor que o valor de carga  $q$ .
  - B)  $Q_A$  e  $q$  têm os mesmos sinais.
  - C)  $Q_B$  e  $q$  têm os mesmos sinais.
  - D)  $Q_A$  é positivo e  $Q_B$  é negativo.
  - E)  $Q_A$  é negativo e  $Q_B$  é positivo.
- 34.** Considere uma caixa de paredes finas no vácuo, exposta a raios gama, conforme mostra a figura.

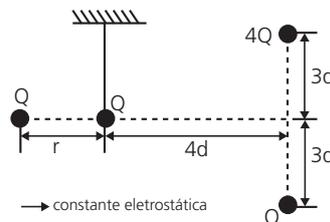


- A) O fóton pode criar cargas, variando, portanto, a carga total, dentro e fora da caixa.
- B) O fóton jamais pode criar carga, assim, a variação da carga total, dentro e fora da caixa, é nula.
- C) A caixa pode tornar-se o palco de uma "criação de par", mas de tal forma que a variação de carga total, dentro e fora da caixa, é nula.
- D) O fóton pode criar uma estrutura chamada positrônio, formada de elétron e pósitron, razão pela qual proporcionará a violação da Lei da Conservação da carga total, dentro e fora da caixa.
- E) A Lei da Conservação da carga não está de acordo com a exigência da invariância relativística, isto é, a Lei acima não prevalece em qualquer sistema de referência inercial, ou no sentido mais forte de que observadores localizados em referenciais diferentes, ao medirem a carga, obtêm resultados diferentes.

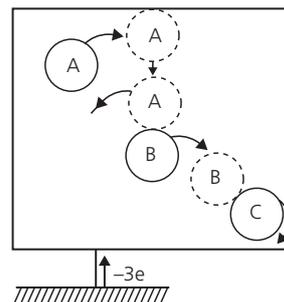
- 35.** Uma bolinha de massa  $m$  dotada de carga elétrica  $q$  encontra-se pendurada por um fio de massa desprezível, como mostrado na figura abaixo. O objeto **A** é um espelho esférico com eixo óptico **O**, centro de curvatura **C** e foco **F**. Colocando-se uma carga  $Q$  no ponto **B**, é possível manter a bolinha em equilíbrio sobre o eixo óptico do espelho, com o fio perfeitamente esticado, em uma posição que forma uma imagem virtual com o dobro do seu tamanho. Determine o valor da carga  $Q$  para que essa situação ocorra.



- 36.** O sistema de cargas indicado na figura é composto por três cargas fixas e uma carga pendurada por um fio, todas positivas e de peso desprezível. Para que a carga pendurada fique na direção vertical, pede-se:
- A) Calcule:
    1. a distância  $r$  em função de  $d$ .
    2. a tração no fio.
  - B) Verifique se a carga pendurada, depois de sofrer uma pequena perturbação em sua posição, permanece estável em uma nova posição ou retorna à posição original.
  - C) Repetir o item **B** para o caso de a carga pendurada ser negativa.

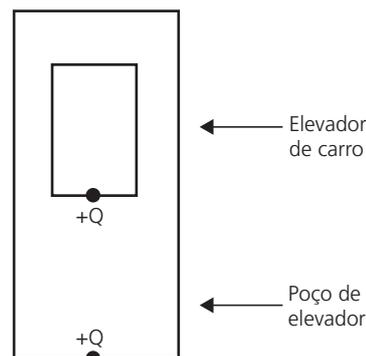


- 37.** A figura mostra três bolhas idênticas **A**, **B** e **C** flutuando dentro de um recipiente condutor aterrado por um fio. As bolhas inicialmente têm as mesmas cargas. A bolha **A** choca-se com o teto do recipiente e logo em seguida com a bolha **B**. A bolha **B** choca-se com a bolha **C**, que então dirige-se para a base do recipiente. Quando a bolha **C** toca a base do recipiente, uma carga  $-3e$  é transferida para ele através do fio da terra, conforme indica a figura.



Determine:

- A) A carga inicial de cada bolha.
  - B) Qual a carga transferida através do fio quando a bolha **A** bate na base do recipiente?
  - C) Durante o processo descrito, qual a carga total transferida através do fio?
- 38.** Um engenheiro projetou um elevador usando um par de cargas  $Q = 0,1C$  para a propulsão. Uma carga está localizada no fundo do poço e a outra na parte de baixo do elevador.



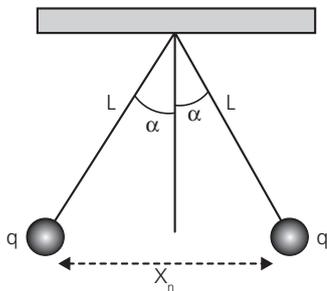
Exceto o freio para parar o sistema (não mostrado no diagrama), nenhum outro aparato está incluído no projeto. Assumindo que o elevador junto com o carro pesa 10.000N e que o freio atua instantaneamente quando as forças peso e elétrica se equilibram, analise as sentenças abaixo:

- I. A máxima altura alcançada pelo elevador é 94,8 m;
- II. O elevador somente sobe, isto é, jamais descerá;
- III. A ação entre as cargas pode ser cancelada pelo campo magnético da terra, causando ao elevador uma queda de maneira incontrolável.

É(são) **verdadeira(s)**:

- A) todas as sentenças.
- B) somente I e II.
- C) somente II e III.
- D) somente III.
- E) todas as sentenças são falsas.

39. Duas esferas condutoras iguais, de massa **m** e carga **q**, estão penduradas por um fio de seda de comprimento **L**, como na figura.

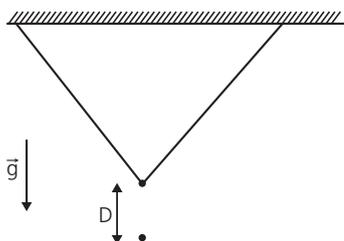


Na posição inicial de equilíbrio, a distância entre as partículas vale  $X_0$ . A seguir, descarregamos uma das esferas e nova "perfeição" de equilíbrio será  $X_1$ , novamente, descarregamos uma das esferas e, no equilíbrio, a nova distância entre as esferas será  $X_2$ . Após realizarmos **N** operações de descarga de uma das esferas, quanto valerá a distância  $X_n$  entre as partículas no equilíbrio, em função de **L, K, q, m, g** e **N**?

Considere o  $\alpha$  pequeno, ou seja,  $\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha$

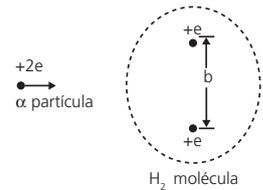
40. Uma esfera carregada de massa **m** está suspensa de dois fios isolantes que formam entre si um ângulo de  $90^\circ$ . A uma distância **D** da esfera e abaixo desta, coloca-se uma outra esfera idêntica com carga do mesmo valor da anterior, mas de sinal contrário. Com isto, a força de tensão nos fios duplica. Determine a carga da esfera (módulo).

**Dado:**  $\epsilon_0$  = permissividade elétrica do meio.



- A)  $q = D\sqrt{2\pi\epsilon_0 mg}$
- B)  $q = 2D\sqrt{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 mg}$
- C)  $q = 3D\sqrt{2\sqrt{3}\pi\epsilon_0 mg}$
- D)  $q = 4D\sqrt{\pi\epsilon_0 mg}$
- E) n.r.a.

41. Uma partícula  $\alpha$  passa rapidamente através de uma molécula de hidrogênio, exatamente pelo centro, percorrendo uma reta perpendicular ao eixo internuclear.



A distância entre os núcleos é **b**. Em que ponto de sua trajetória a partícula  $\alpha$  sofre a maior força?

Suponha que o núcleo não se mova muito durante a passagem da partícula  $\alpha$  (esta hipótese é válida por causa de alta velocidade da partícula  $\alpha$ ).

Você deverá também desprezar o campo elétrico dos elétrons da molécula.

(Esta não é uma aproximação muito boa, pois na molécula do  $H_2$  há uma concentração significativa de carga negativa na região central.)

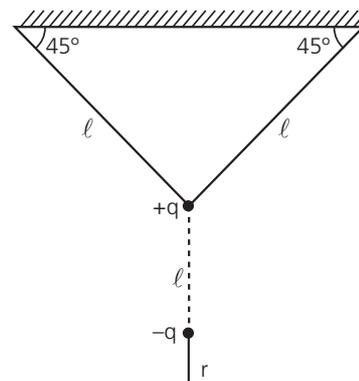
- A)  $b\sqrt{2}$
- B)  $\frac{b\sqrt{2}}{3}$
- C)  $\frac{b\sqrt{2}}{4}$
- D)  $\frac{b\sqrt{2}}{5}$
- E)  $\frac{b\sqrt{2}}{6}$

42. A figura abaixo representa uma carga **+q**, de massa **m**, pendurada através de dois fios de comprimento  $\ell$ . Abaixo da citada carga é colocada uma carga puntiforme **-q**, a uma distância  $\ell$ . Faz-se a carga **+q** oscilar com pequena amplitude em torno da sua posição de equilíbrio. Determine o período de oscilação.

**Use:**

$K_0 \rightarrow$  constante eletrostática.

$g \rightarrow$  módulo da aceleração da gravidade no local.



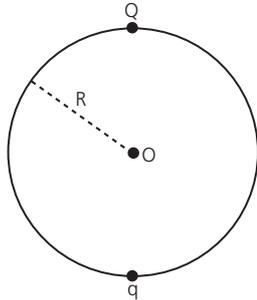
43. Uma esfera de plástico, maciça, é eletrizada, ficando com uma densidade de carga superficial  $\sigma = 0,05 \text{ C/m}^2$ .

Em consequência, se uma carga puntiforme  $q = +1\mu\text{C}$  fosse colocada exteriormente a 3 m do centro da esfera, sofreria uma repulsão de  $0,02\pi\text{N}$ . A esfera é descarregada e cai livremente de uma altura de 750 m, adquirindo ao fim da queda uma energia de  $0,009\pi\text{J}$ . A massa específica do plástico da esfera vale:

**Considere**  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

- A)  $0,8 \text{ kg/m}^3$
- B)  $800 \text{ kg/m}^3$
- C)  $0,6 \text{ kg/m}^3$
- D)  $600 \text{ kg/m}^3$
- E) n.r.a.

44. Determinar o período das pequenas oscilações de um corpo de massa  $M$  e carga  $+q$  situado dentro de uma esfera lisa de raio  $R$ , se no ponto superior da esfera existe uma carga  $+Q$ . Suponha que  $\epsilon_0$  é a constante de permissividade do meio.  
**Obs.:** Despreze a força gravitacional.



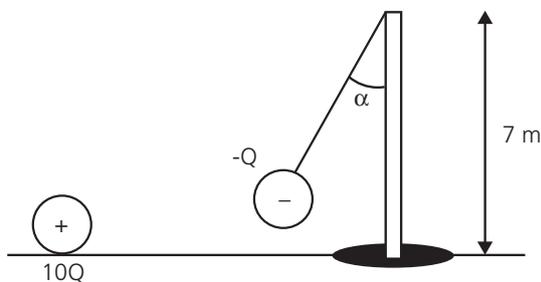
45. Duas cargas  $Q_1$  e  $Q_2$  de  $16 \mu\text{C}$  e  $36 \mu\text{C}$ , respectivamente, são colocadas no espaço separadas pela distância de 8 cm. É então colocada uma terceira carga de 1 mC que dista simultaneamente 4 cm de  $Q_1$  e 6 cm de  $Q_2$ . Assinale a alternativa que corresponde ao módulo da força resultante que age sobre  $Q_3$ :

- A)  $\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 9 \cdot 10^{-4} \text{ N}$       B)  $\sqrt{\frac{5}{2}} \cdot 9 \cdot 10^4 \text{ N}$   
 C)  $\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 9 \cdot 10^4 \text{ N}$       D)  $\sqrt{2} \cdot 9 \cdot 10^{-4} \text{ N}$   
 E)  $\sqrt{2} \cdot 9 \cdot 10^4 \text{ N}$

46. Um cubo metálico é carregado ao entrar em contato com uma placa metálica carregada. Após cada contato, a placa é recarregada ficando sempre com uma carga  $Q$ . Sabe-se que após o primeiro contato a carga adquirida pelo cubo é  $\frac{Q}{6}$ . Encontre a máxima carga do cubo.

47. Um pêndulo elétrico é constituído por uma esfera de massa 900 g e carga  $-Q$  presa a um fio de 7 m, conforme a figura. Uma segunda esfera, de massa 900 g e carga  $+10Q$  foi fixa ao solo nas imediações do pêndulo, causando uma deflexão  $\alpha$  entre o fio e a haste do pêndulo, devido à atração entre as esferas. Sabendo que, no equilíbrio, essa força elétrica de atração tem módulo igual ao peso de uma esfera, determine  $Q$ .

**Dados:**  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$  e  $\cos \alpha = 0,8$

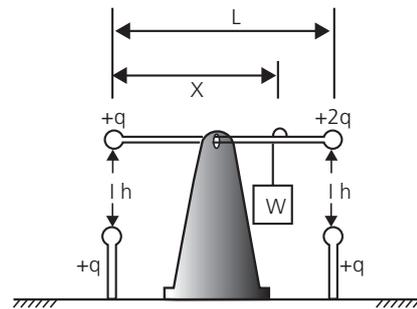


48. Considere duas esferas condutoras idênticas carregadas com cargas positivas  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$ , com  $\varphi_1 \neq \varphi_2$ . Desprezando os efeitos da indução, demonstre que a força de repulsão entre as esferas após o contato é maior que a força de repulsão entre as esferas antes do contato. A distância entre as esferas e o meio permanecem os mesmos.

49. Nos vértices de um triângulo isósceles existem três cargas puntiformes fixas e iguais entre si. Calcular a relação entre a base  $b$  e a altura  $h$  do triângulo para que qualquer carga colocada no ponto médio da altura fique em equilíbrio sob a ação das forças elétricas.

50. A figura a seguir mostra uma haste longa, de massa desprezível, de comprimento  $L$ , pivoteada em seu centro e balanceada por um peso  $W$  colocada a uma distância  $x$  da extremidade esquerda. Na extremidade esquerda coloca-se uma carga  $+q$  e na extremidade direita uma carga  $+q$ . A uma distância  $h$  das cargas  $+q$ . Despreze a interação entre cargas colocadas em lados opostos da haste.

- A) Indique as forças que agem sobre a haste.  
 B) Calcule a distância  $x$  para a qual a haste estará equilibrada.

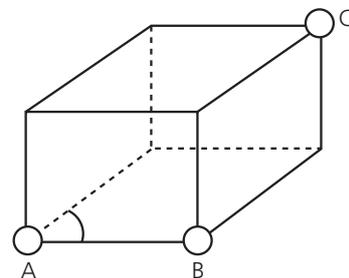


Sobre  $K$ , a constante elétrica no ar, assinale a alternativa que corresponde à altura  $h$  em que a reação do apoio sobre a haste seja nula.

- A)  $q\sqrt{K/W}$       B)  $q\sqrt{2K/W}$   
 C)  $q\sqrt{3K/W}$       D)  $q\sqrt{5K/W}$   
 E)  $q\sqrt{K/2W}$

51. Três cargas positivas idênticas  $A$ ,  $B$  e  $C$ , são colocadas nos vértices de um cubo conforme a figura. Sabe-se que  $B$  e  $C$  se repelem com força de intensidade 5 N.

Calcule o módulo da força elétrica resultante que age sobre a esfera  $A$ .

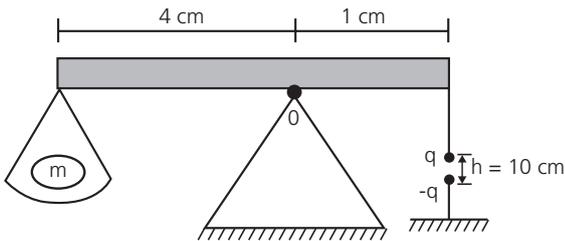


Se uma carga  $1 \mu\text{C}$ , colocada no lugar de  $A$ , é submetida a uma força  $|\vec{F}| = \sqrt{90 + 18\sqrt{3}} \text{ N}$  o módulo de  $Q_B = Q_C$  vale:

- Dado:**  $\ell =$  lado do quadrado = 1 m  
 A) 1 mC  
 B)  $1 \mu\text{C}$   
 C) 1 nC  
 D) 2 mC  
 E)  $2 \mu\text{C}$

52. Duas esferas idênticas com cargas  $Q_1$ , positiva, e  $Q_2$  negativa, com  $|Q_1| > |Q_2|$ , atraem-se com uma força de intensidade 0,3 N quando colocadas a uma distância de 3 m de uma outra. Elas são colocadas em contato e depois recolocadas nas suas posições originais. Dessa forma, passam a se repelir com uma força igual a 0,1 N. Nessas condições, assinale a alternativa que corresponde aos valores das cargas  $Q_1$  e  $Q_2$ , respectivamente.
- A)  $+25\mu\text{C}$  e  $-10\mu\text{C}$                       B)  $+30\mu\text{C}$  e  $-10\mu\text{C}$   
 C)  $+25\mu\text{C}$  e  $-15\mu\text{C}$                       D)  $+10\mu\text{C}$  e  $-30\mu\text{C}$   
 E)  $+30\mu\text{C}$  e  $-15\mu\text{C}$

53. É dada uma balança de braços desiguais conforme a mostrada na figura, articulada em O.



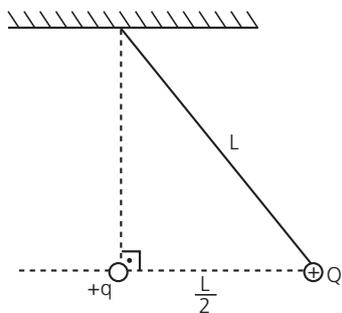
O prato da balança é considerado sem massa, bem como os seus braços. Um corpo de massa  $m = 90\text{ g}$  é colocado no prato ao lado esquerdo da balança, e a distância  $h$  entre as cargas  $+q$  e  $-q$  é igual a 10 cm.

Assinale a alternativa que corresponde ao valor da carga que mantém os braços da balança na horizontal:

- A)  $2\mu\text{C}$                                               B)  $1\mu\text{C}$   
 C)  $4\text{pC}$                                               D)  $1\text{pC}$   
 E)  $4\text{nC}$
54. Considere 5 bolas  $b_1, b_2, \dots, b_5$  condutoras de raios  $2R$ , inicialmente neutras. Uma sexta bola condutora, de raio  $R$ , eletrizada com carga  $+q$ , foi contactada sucessivamente com as bolas  $b_1, b_2, \dots, b_5$ . Após os contatos, verificou-se que a esfera  $b_3$  ficou com 36 cargas positivas a mais que a esfera  $b_4$ . Determine a carga  $+q$ .

55. A figura indica um pêndulo elétrico carregado com carga  $(+Q)$  mantido em equilíbrio através da fixação de certa carga  $(q)$  distribuída sobre uma pequena esfera. Através de determinado processo, aumenta-se continuamente o valor de  $q$ , até o instante em que o fio se mantenha na horizontal. Sendo  $P$  o peso da esfera do pêndulo, assinale a alternativa que corresponde à nova carga  $q'$  da esfera, supondo que o meio que envolve as cargas é o vácuo.

- A)  $q' = \frac{L^2 \cdot P}{4 \cdot K_0 \cdot Q}$   
 B)  $q' = \frac{\sqrt{7} \cdot L^2 \cdot P}{4 \cdot K_0 \cdot Q \cdot \sqrt{3}}$   
 C)  $q' = \frac{7\sqrt{7} \cdot L^2 \cdot P}{4 \cdot K_0 \cdot Q \cdot \sqrt{3}}$   
 D)  $q' = \frac{7\sqrt{7} \cdot L^2 \cdot P}{4 \cdot K_0 \cdot Q}$   
 E)  $q' = \frac{7 \cdot L^2 \cdot P}{4 \cdot K_0 \cdot Q \cdot \sqrt{3}}$

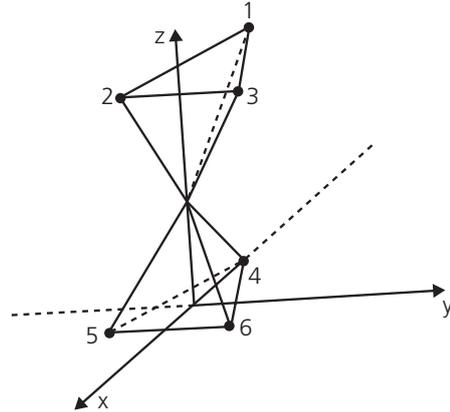


56. Dois tetraedros de lado  $\ell$  igual a  $2\sqrt{3}\text{ m}$  são colocados da forma indicada na figura abaixo. Seus vértices se tocam e suas alturas estão sobre o eixo  $z$ .

Nos pontos 1, 2, 3, 4, 5 e 6 são colocadas cargas de valores respectivamente iguais a  $+1\text{mC}$ ,  $24\sqrt{3}\mu\text{C}$ ,  $24\sqrt{3}\mu\text{C}$ ,  $-256\sqrt{2}\mu\text{C}$ ,  $176\sqrt{11}\mu\text{C}$  e  $176\sqrt{11}\mu\text{C}$ .

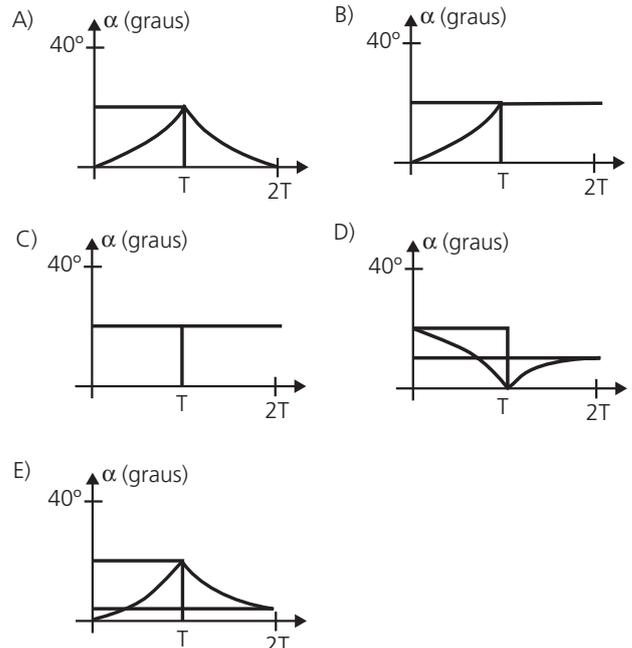
Considere a constante eletrostática do vácuo igual a  $9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ .

Nessas condições, assinale o módulo da força eletrostática que age a sobre a carga 1.

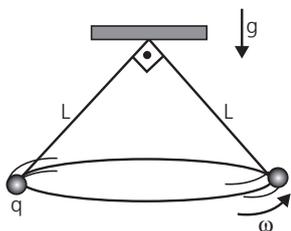


- A) 108 N                                              B) 191 N  
 C) 208 N                                              D) 228 N  
 E) n.r.a.

57. Um eletroscópio de folhas se encontra inicialmente isolado e neutro. No instante  $t = 0$ , uma esfera condutora eletrizada com carga  $+Q$  parte do infinito em direção ao eletroscópio, com velocidade constante.  $T$  segundos depois, a esfera faz contato com o eletroscópio de folhas e, em seguida, retorna em direção ao infinito com velocidade também constante, "chegando" no infinito no instante  $2T$ . Qual dos gráficos abaixo melhor descreve o comportamento do ângulo  $\alpha$  ao longo do tempo?



58. Duas pequenas esferas de carga  $+q$  e massa 600 g cada, penduradas em cordões de comprimento  $\sqrt{2}$  m, giram em movimento circular num plano horizontal com velocidade angular  $\omega = 2$  rad/s. Sendo  $g = 10$  m/s<sup>2</sup> a aceleração da gravidade, determine  $+q$ .



- A)  $4\sqrt{3} \cdot 10^{-5}C$       B)  $4 \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 10^{-5}C$   
 C)  $5 \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 10^{-5}C$       D)  $5 \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 10^{-5}C$   
 E) n.r.a.

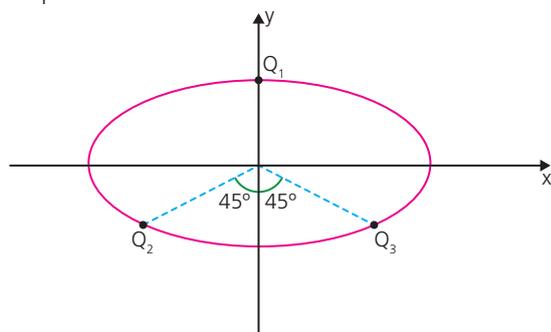
59. Duas esferas idênticas, com cargas  $Q_1$ , positiva, e  $Q_2$ , negativa, com  $|Q_1| > |Q_2|$ , atraem-se com uma força de intensidade 0,3 N quando colocadas a uma distância de 3 m uma da outra. Elas são colocadas em atrito e depois recolocadas nas suas posições originais. Dessa forma, passam a se repelir com uma força igual a 0,1 N.

Nessas condições, assinale a alternativa que corresponde aos valores das cargas  $Q_1$  e  $Q_2$ , respectivamente.

- A) + 25  $\mu C$  e - 10  $\mu C$   
 B) + 30  $\mu C$  e - 10  $\mu C$   
 C) + 25  $\mu C$  e - 15  $\mu C$   
 D) + 10  $\mu C$  e - 30  $\mu C$   
 E) + 30  $\mu C$  e - 15  $\mu C$

60. Considere três cargas,  $Q_1$ ,  $Q_2$  e  $Q_3$ , dispostas na elipse de equação  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  ( $x$  e  $y$  em metros), conforme a figura abaixo.

$Q_1$  tem carga de 1  $\mu C$ .  $Q_2$  e  $Q_3$  têm cargas de  $\frac{288}{25} \cdot 10^{-6} C$ .  $Q_4$ , de carga igual a -1  $\mu C$ , é colocada no centro da elipse.



Assinale a alternativa que corresponde ao módulo, direção e sentido que age sobre a carga  $Q_4$ . Use  $k_0 = 9 \cdot 10^9$  (SI) e multiplique o resultado por  $10^{+3}$ .

- A) Vertical para cima e com módulo igual a  $\sqrt{2}$  N.  
 B) Vertical para cima e com módulo igual a  $(\sqrt{2} - 1)$  N.  
 C) Vertical para baixo e com módulo igual a  $\sqrt{2}$  N.  
 D) Vertical para baixo e com módulo igual a  $(\sqrt{2} - 1)$  N.  
 E) N. R. A.

61. Observe a figura abaixo onde uma carga  $-q$  encontra-se fixa na origem de um sistema cartesiano  $xy$ . A uma distância  $d$  da referida carga encontra-se um fio, cuja área de secção transversal é desprezível. Este fio encontra-se carregado com uma carga  $+Q$  uniformemente distribuída no seu comprimento  $L$ .

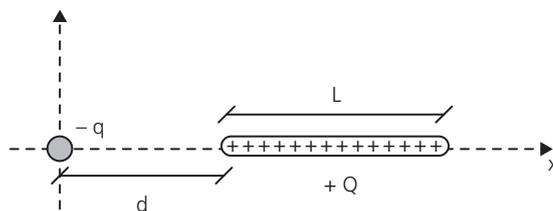
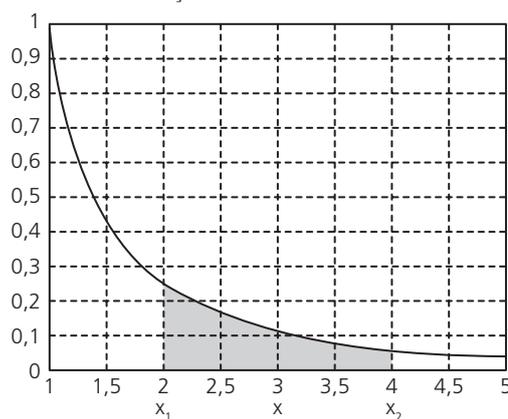


Gráfico da função  $1/x^2$  entre  $x = 1$  e  $x = 5$



O gráfico acima representa o gráfico da função  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ , cuja área hachurada entre os pontos  $x_1$  e  $x_2$  vale  $\frac{x_2 - x_1}{x_2 \cdot x_1}$ .

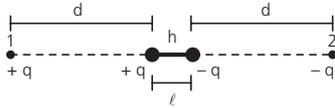
Assim, de acordo com os dados e supondo a permissividade elétrica do meio igual a  $\epsilon_0$ , assinale a alternativa que corresponde à força eletrostática resultante sobre a carga  $-q$  devido à ação do fio de comprimento  $L$ .

- A)  $\frac{q \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{(\sqrt{(d) \cdot (L-d)})^2}$       B)  $\frac{qQ}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{(\sqrt{(d) \cdot (L+d)})^2}$   
 C)  $\frac{qQ}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{(\sqrt{(L) \cdot (d)})^2}$       D)  $\frac{qQ}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{\left(\frac{L+2d}{2}\right)^2}$   
 E)  $\frac{qQ}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}$

62. Considere a presença de três cargas. A carga  $q_1 = 1$   $\mu C$  é colocada no ponto  $A(1; 2; -3)$  m de um sistema cartesiano  $xyz$ . A carga  $q_2 = -2$   $\mu C$  é colocada no ponto  $B(3; 0; -4)$  m e a  $q_3 = -8$   $\mu C$  é colocada em um ponto  $C$ . Assinale a alternativa que corresponde ao ponto  $C$ , onde se deve colocar a carga 3, para que a resultante sobre a carga  $q_1$  seja nula.

- A) (3; -6; 1) m  
 B) (-4; 4; 2) m  
 C) (3; 6; 1) m  
 D) (-3; 6; -1) m  
 E) (4; -4; -2) m

63. Considere a figura abaixo, onde as cargas 1 e 2 estão fixas e a haste  $h$ , isolante, possui em suas extremidades cargas iguais a  $q$  e  $-q$ . Considere que as 4 cargas estão sob uma mesma reta e que só agem as forças elétricas. Considere ainda que o conjunto, haste e cargas, tem massa  $m$  e que a permissividade elétrica do meio é igual  $???$ . Nessas condições, a haste é movimentada uma distância  $x$  no sentido da carga **1**, mantendo-se o alinhamento entre as cargas. Se  $x \ll d$ , assinale a alternativa que corresponde ao período do movimento harmônico simples sofrido pela carga.



- A)  $T = \pi \sqrt{\frac{m \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^3 \cdot (d + \ell)^3}{q^2 \cdot (3 \cdot d^2 \cdot \ell + 3 \cdot d \cdot \ell^2 + \ell^3)}}$   
 B)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^3}{Q \cdot q}}$   
 C)  $T = \pi \sqrt{\frac{m \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^3}{Q \cdot q}}$   
 D)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^3 \cdot (d + \ell)^3}{q^2 \cdot (3 \cdot d^2 \cdot \ell + 3 \cdot d \cdot \ell^2 + \ell^3)}}$   
 E)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot d^3 \cdot (d - \ell)^3}{q^2 \cdot (3 \cdot d^2 \cdot \ell + 3 \cdot d \cdot \ell^2 + \ell^3)}}$

64. Duas esferas puntiformes metálicas de mesmo tamanho estão carregadas com cargas  $+3Q$  e  $-Q$  e estão localizadas no vácuo a uma distância  $d$ . A força entre elas tem módulo  $F$ . Se as esferas são colocadas em contato e colocadas a uma distância  $\frac{d}{2}$  no etanol, cuja permissividade relativa é  $\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 25$ , a nova

força encontrada tem módulo  $F'$ . A relação  $\frac{F'}{F}$  vale:

- A)  $\frac{1}{75}$                       B)  $\frac{3}{25}$   
 C)  $\frac{3}{75}$                       D)  $\frac{4}{75}$   
 E)  $\frac{4}{25}$

65. A figura abaixo mostra um sistema de duas partículas puntiformes **A** e **B** em repouso, com cargas elétricas iguais a  $Q$ , separadas por uma distância  $r$ . Sendo  $k$  a constante eletrostática, pode-se afirmar que o módulo da variação da força elétrica quando a distância é modificada para  $2r$ , é descrito pela alternativa:

- A)  $\Delta F = \frac{kQ^2}{4r^2}$                         
 B)  $\Delta F = \frac{kQ^2}{2r^2}$                         
 C)  $\Delta F = \frac{3kQ^2}{4r^2}$   
 D)  $\Delta F = \frac{2kQ^2}{r^2}$   
 E)  $\Delta F = \frac{4kQ^2}{r^2}$

66. Considere a equação de uma esfera no  $R^3$  dada por  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e as retas no espaço dadas pelas equações  $x = y = z$  e  $x = -y = -z$  (todas em unidades do SI). Nos pontos de interseção das retas com a esfera são colocadas cargas de  $1\mu C$ . Assinale a alternativa que corresponde, aproximadamente, ao valor da força elétrica resultante que age em qualquer uma das cargas de  $1\mu C$ .

**Dado:**  $\sqrt{3} = 1,5$  e  $\sqrt{6} = 2,5$ ;  $k_0 = 9 \times 10^9$  (SI)

- A)  $2 \times 10^{-3}$  N                      B)  $3 \times 10^{-3}$  N  
 C)  $10^{-3}$  N                          D)  $5 \times 10^{-3}$  N  
 E)  $4 \times 10^{-3}$  N

67. Uma esfera **A**, condutora, carregada com uma carga de  $+16\mu C$ , foi colocada em contato simultâneo com outras  $m$  esferas condutoras neutras. Em seguida, a esfera **A** realizou contatos sucessivos com outras  $n$  esferas condutoras neutras. Todas as esferas do problema são idênticas. Sabe-se que  $m + n = 5$  e que a última esfera a ser contactada ficou com uma carga igual a  $+1\mu C$ , assinale a alternativa que corresponde a  $m$  e a  $n$ .

- A)  $m = 1$  e  $n = 4$                       B)  $m = 3$  e  $n = 2$   
 C)  $m = 2$  e  $n = 3$                       D)  $m = 4$  e  $n = 1$   
 E)  $m = 5$  e  $n = 0$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Carga e Matéria / Lei de Coulomb									
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
*	A	C	D	*	B	*	*	*	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
*	*	E	D	*	*	C	E	*	*
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
*	*	A	C	E	E	*	*	D	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
E	E	C	C	*	*	*	B	*	E
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	*	E	*	C	*	*	*	*	A
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A	B	A	*	C	B	E	B	B	E
61	62	63	64	65	66	67			
B	D	D	D	C	C	B			

\*01: Demonstração

05:  $\frac{q}{\left(\frac{\sqrt{8N+1}+1}{2}\right)!}$

07: Demonstração

08: A)  $7\sqrt{33}\text{Hz}$

B)  $2\sqrt{293}\text{Hz}$

09:  $\frac{q}{(2+n)(2)^{\frac{n}{2}-1}}$

11:  $10^{25}\text{N}$

12: A)  $\frac{QR^N}{(R_1 + R)(R_2 + R) \dots (R_N + R)}$

B)  $\frac{QR}{R + \sum_{i=1}^N R_i}$

15:  $V = \sqrt{\frac{Ke^2}{mR} \left( \frac{3\sqrt{2} - 4}{4} \right)}$

16: Demonstração

19:  $m = \frac{ne}{2} \sqrt{\frac{1}{G\pi\epsilon_0}}$

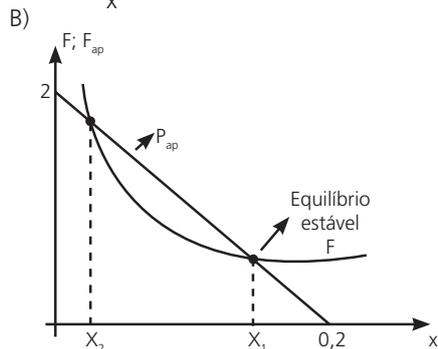
20: Demonstração

21:  $T = 8,8 \frac{kq^2}{L^2}$

22: A)  $r = \sqrt[3]{\frac{KQ^2R}{P}}$

B)  $N = \frac{KQ^2}{4R^2} - P$

27: A)  $F = \frac{8 \cdot 10^{-3}}{x^2}$ ; peso aparente =  $2 - 10x$



C) Imaginemos o sistema em equilíbrio na configuração  $x_1$ ; perturbemos ligeiramente o equilíbrio e abandonamos o sistema. Sistema para baixo é  $x > x_1 \Rightarrow F > P_{ap}$ , portanto, o sistema retorna a  $x_1$ . Sistema para cima é  $x < x_1 \Rightarrow P_{ap} > F$ , sistema retorna a  $x_1$ . Por outro lado em  $x = x_2 \rightarrow$  equilíbrio instável.

28: A) 57 cm

B)  $T = \frac{27\sqrt{2} \cdot 10^{-5}}{4} \text{ N}$

35:  $Q = \frac{121mg\pi\epsilon_0 a^2}{q}$

36: A)  $\frac{5}{2}d$ ,  $T = \frac{qkQ^2}{125d^2}$       B) Retorna

C) Nova posição

37: A) +4e

B) -2e

C) -12e

39:  $\sqrt[3]{\frac{kq^2L}{2^{(2n-1)}mg}}$

42:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m\ell^3\sqrt{2}}{(2mg\ell^2 + 2k_0q^2)}}$

44:  $T = 8\pi \sqrt{\frac{2\pi m\epsilon_0 R^3}{qQ}} \cdot 2$

46:  $\frac{Q}{5}$

47:  $5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$

48: Demonstração

49:  $\sqrt[3]{4} - 1$

54:  $+729 \cdot C$



Anotações

VESTIBULAR UFC / UECE / UFPI 2013

# FARIAS BRITO

## 203 ALUNOS À FRENTE DO SEU TEMPO

### 9 APROVAÇÕES EM 1º LUGAR ANTES DA CONCLUSÃO DO ENSINO MÉDIO.

### 58 ALUNOS, AINDA NO 1º ANO, PASSARAM NO VESTIBULAR.

FELICIO HOLANDA	FELIPE DO NASCIMENTO	INGRID ARANHA	PAULO ROBERTO FILHO	MARIANE DE OLIVEIRA	ANA CARNEIRO	FRANCESCA SILVEIRA	DANIELA GOMES	ANA CAVALCANTE	BRUNO SILVA
ANA CLARA NASCIMENTO	JOÃO TORRES	MARLI CRUZ	BRENDOW GADELHA	NAIR LOPES	IAN DE SOUZA	VITÓRIA CHAGAS	ARTHUR MOURA	BRUNO COSTA	VICTOR COSTA
MATHEUS CASTRO	RAUL DE ARAÚJO	MELYSSA POMPEU	JÚLIA SALDANHA	DÉBORA DE OLIVEIRA	GABRIEL BEZERRA	LUCAS STUART	KARINE DE OLIVEIRA	CLOVIS PADILHA	EDUARDO CRISTINO
DANIEL FROTA	ANA ARAÚJO	TIAGO SARAIVA	FELIPE SALDANHA	SUIELLEN VIEIRA	FELICIO HOLANDA	LARA NOBRE	FERNANDO RODRIGUES	DIMAS DE ALBUQUERQUE	BRUNO SILVA
RÔMULO DA COSTA	JOEL MADUREIRA	NAIR LOPES	IAN DE SOUZA	FELIPE PRISCO	GABRIEL PRISCO	IANA NEGREIROS	ANA DE CARVALHO	GEORGE DA MOTA JUNIOR	MATHEUS CASTRO
RAUL DE ARAÚJO	JOÃO MOTA	DÉBORA DE OLIVEIRA	DIEGO LIMA	GABRIEL BEZERRA	CLAUDIO JOSÉ FILHO	CLOVIS PADILHA	MARCOS SARAIVA	FELICIO HOLANDA	FELICIO HOLANDA

### 145 ALUNOS, AINDA NO 2º ANO, PASSARAM NO VESTIBULAR.

LYDIA FREITAS	MARINA OLIVEIRA	NILO DIAS	GABRIELA DE ALMEIDA	MATEUS LIRA	RAYANNA MEDEIROS	MARIANA PAIXÃO	JOÃO GOMES	TALISON MELO	GABRIEL PAIVA
JOSÉ FILHO	GABRIELA SOEIRO	MÁRIO PINTO	ALÍSIO MELO	LARA NOGUEIRA	AYRA ANTUNES	GEORGIA ARAÚJO	MIRELLA RAPOSO	VANESSA PORTELA	GUILHERME RODRIGUES
PEDRO VIANA	INGRID MARINHO	BRUNA AGUIAR	FELIPE FORTE	JULIANA NOGUEIRA	LORENA BARROSO	JONES JÚNIOR	ICARO OLIVEIRA	FRANCISCO MARKAN FILHO	ALICY ARAÚJO
ANALIA FARIAS	PAULO BEZERRA	NICOLAS BARRETO	ROMANA PETRY	MATHEUS GURGEL	DARVYLLA LIMA	LARISSA FIRMINO	BIANCA VASCONCELOS	LUCAS LOPES	HAÍSSA RAMOS
ANA DE ARAÚJO	TIAGO ARNAUD	RUBENS MARTINS	TAYNÁ SÁ	GABRIELE LIMA	ANNA DE ARAÚJO	JORGE NETO	BRUNA ALMEIDA	JONATHANS TORRES	ARYANE DA COSTA
JENUAN LIRA	YAN ARAÚJO	LUÍZA RIOTINTO	VICENTE SILVA JUNIOR	WILLIAM BONFIM	GRACIELE BASTOS	LETICIA RODRIGUES	TARIK LIMA	GABRIEL PAIVA	MAURICIO MAGALHÃES
CAIO BEZERRA	SAMUEL ARAÚJO	REBECCA DE OLIVEIRA	JOÃO BARBOSA	FELIPE BULHÕES	LUCAS VIEIRA	LUÍSA DE CARVALHO	RENNATA ESTEVES	LUÍZA PANTOJA	STEPFANY BARBOSA
MYRELLA LINHARES	ANA ARCANJO	ALEXANDRE VIEIRA	PEDRO SIAUDZONIS	BRENO DE SOUSA	TALES MUNIZ	JAN SEVERO	LEVI MUNIZ	HELEN DE ALMEIDA	DAVI ALBUQUERQUE
RASINA GRADVOHL	LEONARDO JORGE	MAURÍCIO SILVA	MAYARA MACIEL	SAYANSK DA SILVA	RICARDO FERNANDES	JULIANA DIAS	LETICIA TELES ROZA	CARLA CAVALCANTI	JÚLIA DA SILVA
LUCAS DE VASCONCELOS	IGOR NOGUEIRA	LUÍSE DIAS	IAGO LEITE	ANTÔNIO MOREIRA	CONCEIÇÃO VASCONCELOS	PIERRE NETO	ARTUR BECO	ANA BARROS	MARIANGELA FERREIRA
JUCIARA CAETANO	TACIANA MUNIZ	LINCOLN VIEIRA	AIME DE SOUSA	BEATRIZ DE CASTRO	PAULA DE CASTRO	MATEUS LIRA	ELCIO LIMA	ITALO BRAGA	GABRIEL PAIVA
GEORGIA ARAÚJO	LARISSA DE LUNA	YAGO BARROSO	LORENA BARROSO	FRANCISCO MARKAN FILHO	LARA AYRES	PAULO BEZERRA	LIA VIANA	DARVYLLA LIMA	RENATA DE NEGREIROS
TAYNÁ SÁ	LENYSLARA MEDEIROS	BEATRIZ TORRES	FRANCISCO DE OLIVEIRA	MATHEUS ALMEIDA	JENUAN LIRA	YAN ARAÚJO	LUÍZA RIOTINTO	SAMUEL ARAÚJO	LUÍSA DE CARVALHO
RENNATA ESTEVES	JÚLIA LENOS	TALES MUNIZ	CAIO ROCHA	GABRIEL DE SOUSA	LEVI MUNIZ	FERNANDO GUEDELHA	GABRIEL PARENTE	ALINE FERREIRA	JÚLIA DA SILVA
							LUÍSA DE VASCONCELOS	NICOLE JANNINI	MÁRCIO GOMES



**UECE**

FERNANDO DE MORAES	CLOVIS JOSÉ PINHEIRO	FRANCISCO MARKAN FILHO	TAYNÁ MILFONT SÁ
Filosofia - N	Filosofia Lic. - N	Geografia Lic. - N	Nutrição Bach. - D
1º ANO - UECE	1º ANO - UECE	2º ANO - UECE	2º ANO - UECE



**UFC**

BRUNO ALMEIDA COSTA	MATEUS LAVOR LIRA	STEPFANY GRAYCE TEIXEIRA	TAYNÁ MILFONT SÁ
Ciências Biol. Bach. - I	Química Bach. - I	Letras (Espanhol) Lic. - N	Química Lic. - N
1º ANO - UFC	2º ANO - UFC	2º ANO - UFC	2º ANO - UFC

**UFPI**

MÁRCIO GOMES
Biomedicina
2º ANO - UFPI

**FARIAS BRITO**  
O MELHOR NO ITA, NO IME, NO ENEM,  
NAS OLIMPIADAS E NAS ESCOLAS MILITARES.  
É TAMBÉM O MELHOR NA UFC E UECE.



ORGANIZAÇÃO EDUCACIONAL  
**FARIAS BRITO**  
Lições para toda a vida.  
www.fariasbrito.com.br