

CAMPO ELÉTRICO E LEI DE GAUSS



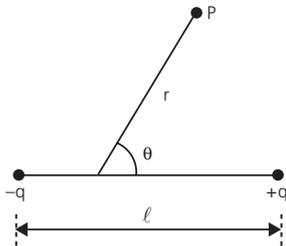
Exercícios

01. Considere o dipolo elétrico abaixo. Mostre que o módulo do campo elétrico no ponto **P** a uma distância **r** do centro dipolo é dado por:

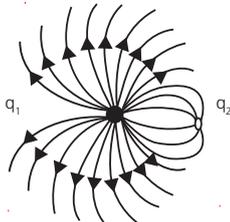
$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{4(\cos\theta)^2 + (\sin\theta)^2}$$

Onde:

- $p = q\ell$
- ϵ_0 : permissividade elétrica
- $r \gg \ell$



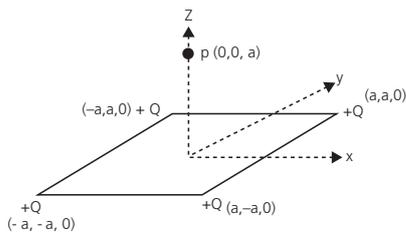
02. A figura mostra as linhas de força para o sistema isolado por duas cargas pontuais q_1 e q_2 . Medidos em unidades de 10^{-19} Coulombs, dois possíveis valores para q_1 e q_2 são, respectivamente:



- A) 2 e -1 B) 4 e -2
 C) -32 e 8 D) 64 e -8
 E) 96 e -24

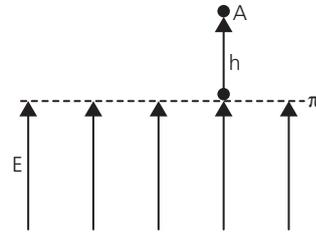
03. Quatro cargas pontiformes $A = +2 \mu\text{C}$ estão localizadas nos vértices de um quadrado no plano xy . Encontre a componente E_z do campo elétrico no ponto $P = (0, 0, a)$.

Dados: $a = 10^{-2} \text{ m}$;
 $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$;



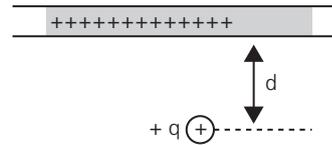
- A) $E_z(0, 0, a) = 1,80 \times 10^8 \text{ N/C}$
 B) $E_z(0, 0, a) = 5,39 \times 10^8 \text{ N/C}$
 C) $E_z(0, 0, a) = 3,11 \times 10^8 \text{ N/C}$
 D) $E_z(0, 0, a) = 1,39 \times 10^8 \text{ N/C}$
 E) $E_z(0, 0, a) = 2,40 \times 10^8 \text{ N/C}$

04. A figura abaixo mostra um corpo de massa **m** e carga **q**, abandonado na posição **A** sob a ação de seu peso **P**. Abaixo do plano horizontal π , atua um campo elétrico uniforme, vertical e de intensidade $E=2P/q$. O tempo que o corpo leva para voltar à posição **A** é:



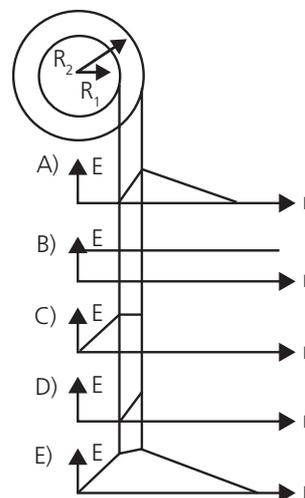
- A) $\sqrt{\frac{32hm}{p}}$ B) $\sqrt[4]{\frac{2hm}{p}}$
 C) $\sqrt{\frac{2pm}{q}}$ D) $\sqrt[2]{\frac{hm}{p}}$
 E) $\sqrt{\frac{8hm}{p}}$

05. Seja um fio retilíneo infinitamente longo uniformemente eletrizado com uma densidade linear de cargas λ (coulomb/metro) imerso num meio cuja constante eletrostática vale **K**. A força elétrica que atua sobre uma carga puntiforme $+q$ localizada a uma distância **d** desse fio vale:

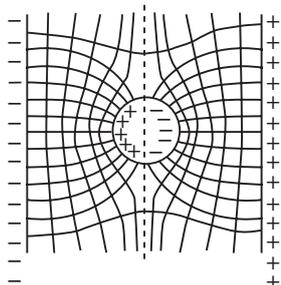


- A) $\frac{2K \cdot \lambda \cdot q}{d}$ B) $\frac{2K \cdot \lambda \cdot q}{d^2}$
 C) $\frac{K \cdot \lambda \cdot q}{d}$ D) $\frac{K \cdot \lambda \cdot q}{d^2}$

06. Uma camada esférica isolante, de raio interno **R1** e raio externo **R2**, conforme mostra a figura, é eletrizada uniformemente. O gráfico que melhor representa a variação da intensidade do vetor campo elétrico **E** ao longo de uma direção radial **r** é:



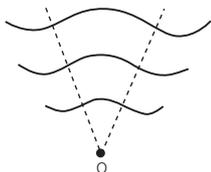
07. Um condutor neutro esférico é colocado no interior de um capacitor de placas planas e paralelas. Em função da presença do condutor esférico, as linhas de campo sofrerão um rearranjo, conforme figura abaixo.



Podemos afirmar que:

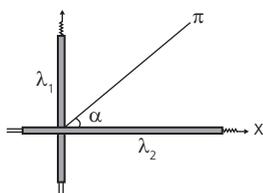
- A) somente as linhas de campo elétrico sofrerão modificações, isto ocorreu devido à superposição do campo elétrico das cargas induzidas em todos os pontos do capacitor.
- B) as linhas de campo elétrico e as equipotenciais sofrerão modificações em função da superposição do campo elétrico das cargas induzidas em todos os pontos do capacitor.
- C) somente as linhas de campo elétrico sofrerão modificações, isto ocorreu devido à superposição do campo elétrico das cargas induzidas na superfície do condutor esférico.
- D) as linhas de campo elétrico e as equipotenciais sofrerão modificações em função do campo elétrico das cargas induzidas na superfície do condutor esférico.
- E) as linhas de campo elétrico e as equipotenciais sofrerão modificações devido ao campo elétrico das cargas induzidas em todos os pontos (capacitor, superfície da esfera condutora e interior da esfera condutora).

08. As linhas de força numa certa seção de um campo têm o formato de arcos de círculos com centro no ponto O. Com relação à intensidade do campo elétrico, podemos afirmar que:

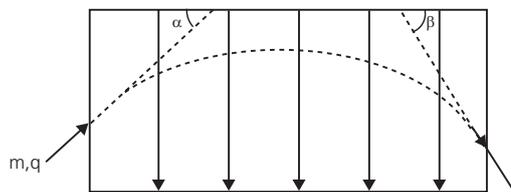


- A) é inversamente proporcional à distância ao quadrado ao ponto O.
- B) é inversamente proporcional à distância ao cubo em relação ao ponto O.
- C) é inversamente proporcional à distância ao ponto O.
- D) não depende da distância ao ponto O.
- E) N.D.A.

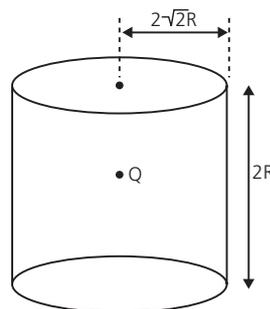
09. Dois fios mutuamente perpendiculares com densidade linear de cargas λ_1 e λ_2 estão representados na figura abaixo. Entre várias linhas de força que representam os campos elétricos, há a linha π que passa pelo ponto de intersecção dos fios. Determine o valor do ângulo α em função de λ_1 e λ_2 e das constantes pertinentes.



10. As partículas com massa m e carga q entram em um condensador de comprimento L com um ângulo α em relação ao plano das placas e saem formando um ângulo β . Determine a energia cinética inicial das partículas, se a intensidade do campo dentro do condensador é E .

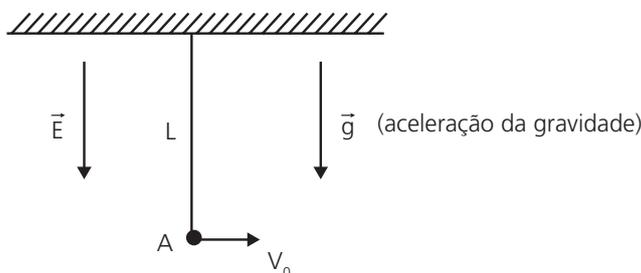


11. Na figura abaixo, temos uma carga Q no centro de um cilindro de altura $H = 2R$ e cuja base é uma circunferência de raio $2\sqrt{2}R$. Determine o fluxo elétrico através da área lateral do cilindro.



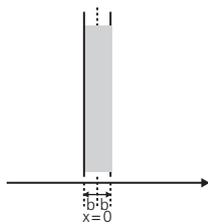
- A) $\phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$
- B) $\phi = \frac{Q}{2\epsilon_0}$
- C) $\phi = \frac{Q}{3\epsilon_0}$
- D) $\phi = \frac{Q}{4\epsilon_0}$
- E) $\phi = \frac{Q}{5\epsilon_0}$

12. Uma partícula A de massa M e carga $+Q$ está suspensa por um fio de comprimento L . A partícula se encontra na presença de um campo elétrico constante \vec{E} , conforme mostra a figura abaixo. Se a partícula adquire uma velocidade inicial \vec{V}_0 perpendicular à direção do campo elétrico, determine a tração na corda quando a partícula adquire a máxima altura em relação à posição inicial.



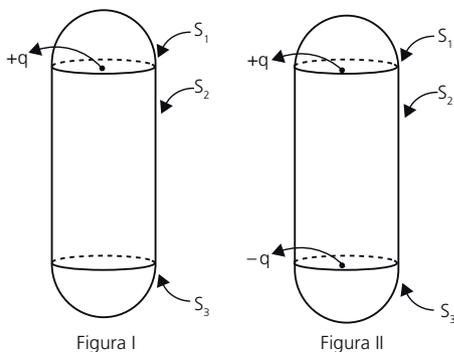
- A) $\frac{2QEL + 2MgL - MV_0^2}{2L}$
- B) $\frac{QEL + MgL - MV_0^2}{2L}$
- C) $\frac{QEL + MgL - MV_0^2}{2}$
- D) $\frac{2QEL + 2MgL - MV_0^2}{L}$
- E) N.R.A

13. Uma lâmina dielétrica (permissividade ϵ) muito extensa e de espessura $2b$, tem densidade volumétrica de carga uniforme ρ . Determine o campo elétrico em todos os pontos do espaço e traçar o gráfico cartesiano $E = E(x)$.



Obs.: O meio tem permissividade ϵ_0 .

14. Uma carga positiva puntiforme $+q$ está envolvida por uma superfície gaussiana no formato de um cilindro, com dois hemisférios. A superfície pode ser analisada como formada por três partes: S_1 , S_2 e S_3 como mostrado na figura I. A altura do cilindro (superfície S_2) é muito maior que os raios das duas capas hemisféricas (S_1 e S_3). A carga $+q$ está no centro da base superior do cilindro. Na figura II (superfície gaussiana idêntica à da figura I), além da carga $+q$, existe uma carga $-q$ no centro da base inferior do cilindro.



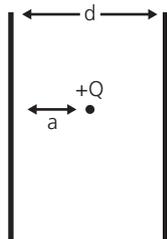
- Se ϕ_1 é o fluxo através da superfície S_1 e $\phi_{(2+3)}$ o fluxo através do restante da gaussiana, então, no caso da figura I, temos que $\phi_{(2+3)} = \phi_1$;
- Se ϕ_2 é o fluxo através da superfície S_2 , considerando a figura I, então $\phi_2 > 0$;
- No caso da figura II, com a colocação da carga $-q$, o fluxo ϕ_2 passa a ser igual a zero.

É (São) correta(s):

- A) somente I. B) somente II.
 C) somente III. D) todas são corretas.
 E) todas estão incorretas.

15. Duas placas condutoras idênticas aterradas estão separadas de uma distância d como se indica na figura abaixo. A uma distância a da placa esquerda está localizada uma carga pontual $+Q$. Determine que carga se induz sobre a placa direita.

- A) $-\frac{Qa}{d}$
 B) $-\frac{Q(d-a)}{d}$
 C) $-Q$
 D) $-\frac{Qa}{2d}$
 E) $-\frac{Q(d+a)}{d}$



16. Uma esfera com densidade volumétrica de carga positiva constante ρ tem uma cavidade também esférica de raio igual à metade do seu próprio raio R . Qual a mínima velocidade com que deve ser lançado um elétron do ponto O , no centro da esfera para passar pelo orifício A na superfície?

Dados:

$e \rightarrow$ carga elementar

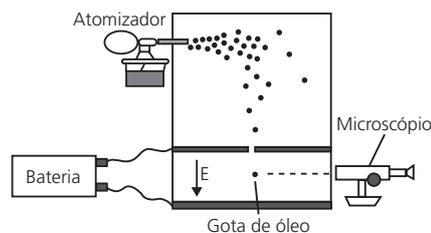
$m \rightarrow$ massa do elétron

$\epsilon \rightarrow$ permissividade elétrica

Despreze os efeitos gravitacionais.

17. Em um experimento clássico, R. A. Millikan (1868-1953) mediu a carga eletrônica. A figura mostra esquematicamente o aparelho usado por ele. Formaram-se gotas de óleo por um atomizador, e algumas delas caíram por um orifício em uma região de um campo elétrico uniforme entre as placas. Millikan podia observar uma determinada gota através de um microscópio e determinar sua massa medindo sua velocidade terminal. Millikan então carregou a gota, irradiando-a com raios X, e ajustou o campo elétrico de modo que a gota ficasse em equilíbrio estático em razão das forças gravitacionais e elétricas.

Dados: $g = 9,80 \text{ m/s}^2$; $e = 16 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

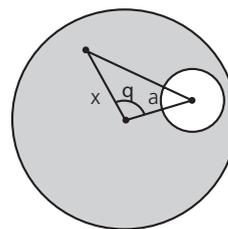


- Qual é a carga em uma gota de massa $2,32 \cdot 10^{-14} \text{ kg}$ que permanece suspensa em um campo elétrico de $2,03 \cdot 10^5 \text{ N/C}$?
- Quantas cargas eletrônicas a gota do item A apresenta?

Obs.: Por esta experiência (1911) e por estudar o efeito fotoelétrico experimentalmente (1914), Millikan ganhou o Nobel de Física de 1923.

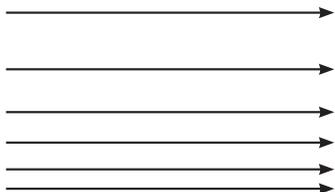
18. Uma esfera de raio R está uniformemente carregada e tem uma cavidade com raio r . Os centros da esfera e da cavidade estão a uma distância a . A densidade volumétrica de carga é ρ . Mostre que o vetor campo elétrico $\vec{E}(x, \theta)$ dentro da esfera como função da distância x (distância ao centro da esfera) e do ângulo θ , conforme figura é dado por:

$$\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon} \left\{ \left[1 - \frac{r^3}{(\sqrt{x^2 + a^2 - 2x a \cos \theta})^3} \right] \vec{x} + \frac{r^3 \vec{a}}{(\sqrt{x^2 + a^2 - 2x a \cos \theta})^3} \right\}$$



Obs.: $\epsilon \rightarrow$ permissividade do meio.

19. Prove que é impossível produzir um campo elétrico no qual todas as linhas de força devem ser linhas retas paralelas, com a densidade aumentando constantemente na direção perpendicular às linhas de força. (ver figura).

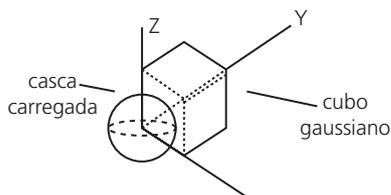


20. Sobre um lago tranquilo e extenso situa-se uma nuvem também extensa e sensivelmente horizontal. Graças à eletrização da nuvem, o nível da água se eleva de h em relação ao nível que corresponderia ao equilíbrio na ausência da nuvem. Determine a densidade elétrica superficial σ no lago.

- Dados:** ϵ : permissividade elétrica.
 d : densidade da água.
 g : aceleração da gravidade.

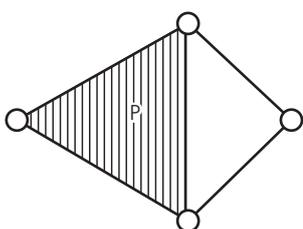
21. Uma casca esférica carregada uniformemente com carga total $Q = -34 \text{ nC}$ está centrada na origem, conforme figura abaixo. Um cubo gaussiano com arestas alinhadas com os eixos e um vértice na origem tem comprimento das arestas maior do que o raio da esfera. Os fluxos para o cubo e para cada face do cubo valem, respectivamente:

Use para o valor da permissividade do meio: $8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$

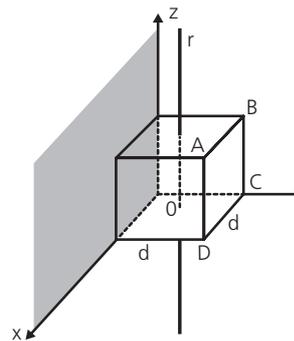


- A) $-480 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}}$; $-160 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}}$
- B) $-160 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}}$; $-480 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}}$
- C) $-120 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}}$; $-480 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}}$
- D) nulo, nulo
- E) $-480 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}}$; $-120 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}}$

22. Quatro cargas pontuais idênticas, no vácuo, estão dispostas de modo a formarem um tetraedro regular, com cada carga correspondendo a um vértice, de acordo com a figura. O valor absoluto das cargas é $50 \mu\text{C}$ e a aresta do tetraedro mede 15 cm . Considere a constante eletrostática do vácuo $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nr}^2/\text{C}^2$ e calcule o campo elétrico no ponto P , centro da face hachurada, em KN/C .



23. Na figura está esquematizado um cubo de aresta d , com um dos seus vértices na origem de um sistema de coordenadas cartesianas x , y e z . As arestas do cubo são paralelas aos eixos coordenados. Um fio retilíneo r , paralelo ao eixo z , passa pelo centro geométrico do cubo e está eletrizado com densidade linear de carga λ . O plano xz está carregado com densidade superficial de carga σ . Supondo que o meio seja o vácuo e sabendo que o campo eletrostático gerado por um plano uniformemente eletrizado é dado por $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, o fluxo do vetor campo eletrostático resultante na face $ABCD$, é:

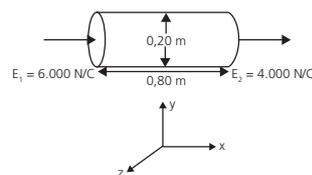


- A) $\phi = \frac{\sigma d^2}{2\epsilon_0} + \frac{\lambda d}{4\epsilon_0}$
- B) $\phi = \frac{\sigma d^2}{4\epsilon_0} + \frac{\lambda d}{\epsilon_0}$
- C) $\phi = \frac{\sigma d^2}{4\epsilon_0}$
- D) $\phi = \frac{\lambda d}{\epsilon_0}$
- E) $\phi = \frac{\sigma d^2}{2\epsilon_0} + \frac{\lambda d}{\pi\epsilon_0}$

24. O campo elétrico na atmosfera da superfície da Terra é de aproximadamente 200 v/m , dirigido para baixo. A 1400 m acima da superfície da Terra, o campo elétrico na atmosfera é de somente 20 v/m , novamente dirigido para baixo. Qual é a densidade média da carga na atmosfera abaixo de 1400 m ? Esta consiste predominantemente de íons positivos ou negativos?

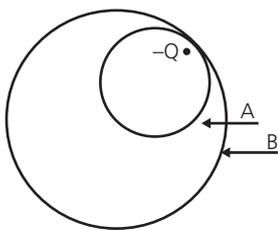
25. Um campo elétrico não uniforme está orientado ao longo do eixo x para todos os pontos no espaço. O seu módulo varia com x , porém não varia com y nem com z . O eixo de uma superfície cilíndrica, de comprimento igual a $0,80 \text{ m}$ e diâmetro igual a $0,20 \text{ m}$, é alinhado paralelamente ao eixo x . Os campos elétricos E_1 e E_2 , nas extremidades da superfície cilíndrica possuem módulos de 6000 N/C e 4000 N/C , respectivamente, e são orientados como indicado na figura. A carga englobada no interior da superfície cilíndrica é aproximadamente igual a:

Use: $\begin{cases} \epsilon = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ (SI)} \\ \pi = 3,15 \end{cases}$



- A) $+ 0,6 \text{ nC}$
- B) $+ 1,4 \text{ nC}$
- C) $- 0,6 \text{ nC}$
- D) $2,8 \text{ nC}$
- E) N.D.A

26. Considere uma carga negativa $-Q$ localizada dentro de duas esferas, como mostrado abaixo. A esfera **A** tem raio R e o fluxo através dela é ϕ_A , enquanto a esfera **B** tem raio $2R$ e o fluxo através dela é ϕ_B .



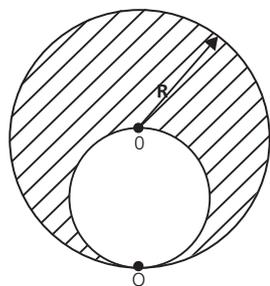
Analise as sentenças abaixo.

- I. $\phi_A > \phi_B$
- II. $\phi_A = \phi_B$
- III. $\phi_A < \phi_B$
- IV. Se uma carga $+2Q$ é adicionada fora das duas esferas o fluxo através da esfera **B** aumentará.

É(são) correta(s):

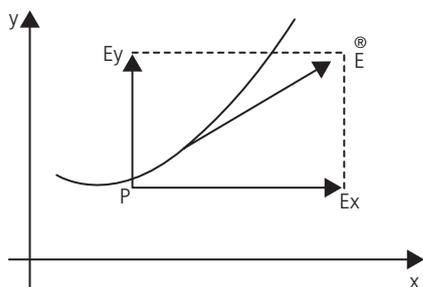
- A) I e IV.
- B) II e IV.
- C) III e IV.
- D) somente II.
- E) nenhuma das sentenças é correta.

27. Considere um cilindro isolante carregado uniformemente com densidade volumétrica de carga $+p$. Neste cilindro, há um cilindro oco, conforme mostrado na figura. Uma carga $+q$ é solta do ponto **O**. Desprezando os efeitos gravitacionais, determine o tempo gasto para a carga $+q$ atingir o ponto **O**.



Dados: ϵ_0 = permissividade do meio
 m = massa de carga $+q$

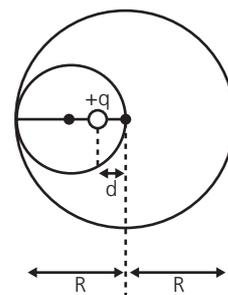
28. Devido ao fato de as linhas de força serem, em geral, curvas tais que, num ponto considerado, determina-se a equação de uma linha de força, ou melhor, de uma família de curvas numa dada região, que representará as linhas de força nessa região. Veja o esquema abaixo: a tangente no ponto **P** representa o vetor campo elétrico. Conhecendo-se as componentes E_x e E_y , tem-se condição de determinar as coordenadas das linhas de força em cartesianas retangulares.



Agora considere uma região do plano na qual o campo elétrico é dado por $E = ax\hat{i} + ay\hat{j}$. Podemos afirmar que as linhas de força nessa região são:

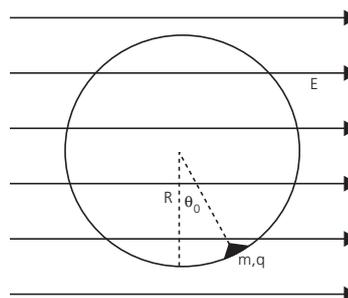
- A) hipérbolas cujas assíntotas são os eixos **x** e **y**.
- B) parábolas que cortam apenas o eixo **x**.
- C) parábolas que cortam apenas o eixo **y**.
- D) parábolas que cortam os dois eixos.
- E) retas passando pela origem.

29. Uma esfera maciça isolante de raio R , eletrizada positivamente com densidade volumétrica de cargas $+p$, tem em seu interior uma cavidade vazia de diâmetro R . Uma carga puntiforme $+q$ foi posicionada no interior da cavidade a uma distância $d < R/4$ do centro da esfera, num meio de permissividade elétrica ϵ . A intensidade da força que atuará na carga puntiforme $+q$ será:



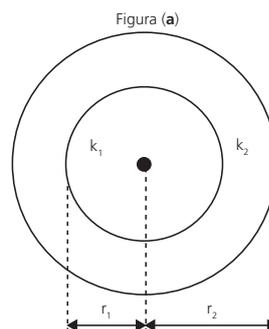
- A) $\frac{\rho \cdot q \cdot R}{3 \cdot \epsilon}$
- B) $\frac{\rho \cdot q \cdot R}{6 \cdot \epsilon}$
- C) $\frac{\rho \cdot q \cdot d}{3 \cdot \epsilon}$
- D) $\frac{\rho \cdot q \cdot R}{2 \cdot \epsilon}$
- E) $\frac{\rho \cdot q \cdot (R - 2d)}{6 \cdot \epsilon}$

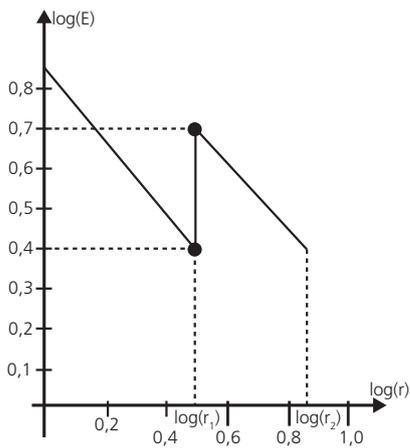
30. Um pequeno corpo de massa m e carga q encontra-se no interior de um cilindro isolante de raio R . Inicialmente, o corpo está em repouso sob a ação da gravidade e de um campo elétrico uniforme E , como mostra a figura. O campo elétrico é, então, subitamente anulado e o corpo passa a executar um movimento harmônico. Considere-se o atrito desprezível.



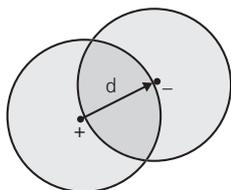
- A) Determine o ângulo inicial de equilíbrio θ_0 .
- B) Determine a velocidade do corpo no ponto mais baixo de sua trajetória.
- C) Supondo-se que o ângulo θ_0 é muito pequeno ($\text{tg}\theta_0 \approx \text{sen}\theta_0$), determine a frequência de oscilação.

31. Uma carga puntiforme está localizada no centro de duas esferas concêntricas. Na região da esfera de raio r_1 a constante dielétrica vale k_1 e na região que vai de r_1 a r_2 a constante dielétrica vale k_2 (figura **a**). A figura **(b)** representa o gráfico $\log - \log$ do campo elétrico em função da distância ao centro das esferas. A razão $\log\left(\frac{K_1}{K_2}\right)$ vale:



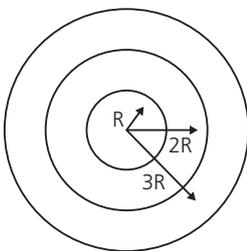


32. Duas esferas de raios R com densidades uniformes $+\rho$ e $-\rho$, respectivamente, estão localizadas de tal forma que existe uma intersecção parcial entre elas (figura abaixo). Seja \vec{d} o vetor ligando o centro da esfera positiva ao centro \vec{E} na região de intersecção acima citada.
 $\rho \rightarrow$ densidade volumétrica da carga.



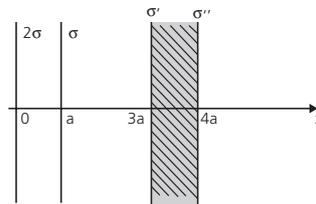
Determine o campo na região comum.

33. Sabendo que a esfera oca representada na figura está isolada e sua carga total é nula, escolha, dos gráficos a seguir, o que melhor representa a intensidade do campo elétrico \vec{E} em função da distância r ao centro comum. Tanto a esfera oca como a esfera maciça que está em seu interior são condutoras. A esfera maciça está eletrizada.



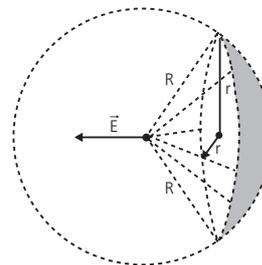
- A) B) C) D) E)

34. Duas placas infinitas, delgadas e isolantes têm densidade superficial de carga $+2\sigma$ e $+\sigma$, orientadas perpendicularmente ao eixo x nas abscissas $x = 0$ e $x = a$, respectivamente. Uma placa condutora de espessura a também perpendicular ao eixo x , nas posições $x = 3a$ e $x = 4a$, não carregada.

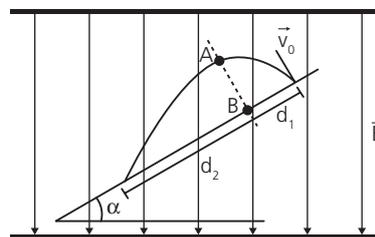


Sobre a componente x do campo elétrico em $x = 2a$ e a densidade superficial de carga σ'' na face direita da placa condutora em $x = 4a$, podemos afirmar:

- A) $E_x = 0$ e $\sigma'' = -\frac{3\sigma}{2}$ B) $E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ e $\sigma'' = +\sigma$
 C) $E_x = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0}$ e $\sigma'' = +\sigma$ D) $E_x = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0}$ e $\sigma'' = +\frac{3\sigma}{2}$
 E) $E_x = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0}$ e $\sigma'' = 0$
35. Determine a intensidade do campo elétrico de um segmento esférico, carregado uniformemente no centro da esfera de raio R , da qual ele foi cortado.
Dados: $\sigma \rightarrow$ densidade superficial de carga.
 $\epsilon_0 \rightarrow$ permissividade elétrica.



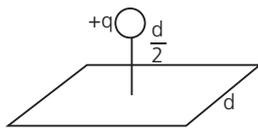
36. Uma partícula de carga (Q) e massa m é lançada com velocidade v_0 perpendicularmente a um plano inclinado, de inclinação α com a horizontal, como mostra a figura. Determine:



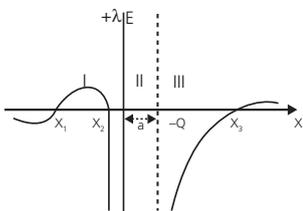
- A) a distância máxima AB que a partícula fica do plano inclinado.
 B) o alcance da partícula ao longo do plano inclinado.
 C) a razão entre d_1 e d_2 mostrada na figura.

Obs.: Sendo A o ponto cuja partícula está à distância máxima do plano e B sua projeção sobre o mesmo, as distâncias d_1 e d_2 são definidas como a distância do ponto de lançamento a B , e a distância de B ao ponto de retorno da partícula ao plano, respectivamente. A gravidade local vale g .

43. Uma carga pontual $+q$ está a uma distância $d/2$ de uma superfície quadrada de lado d e encontra-se diretamente acima do centro do quadrado, como é mostrado na figura. Se a permissividade elétrica do meio vale ϵ , determinar o fluxo elétrico que passa através do quadrado.



44. Um longo fio com densidade linear de carga λ e uma carga pontual $-Q$ estão separados por uma distância a . O gráfico abaixo representa o valor algébrico do vetor campo elétrico ao longo do eixo x para as regiões I e III seguindo as seguintes convenções.



- Valor algébrico negativo: vetor campo elétrico aponta para a esquerda.
- Valor algébrico positivo: vetor campo elétrico aponta para a direita.

A) O campo elétrico na região II é nulo.

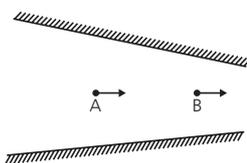
B) A abscissa x_1 é igual a $\frac{1}{2} \left(\frac{Q}{2\lambda} - 2a \right) - \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{Q}{2\lambda} - 2a \right)^2 - a^2}$, qualquer que seja o valor da carga Q .

C) A abscissa x_2 é igual a $\frac{1}{2} \left(\frac{Q}{2\lambda} - 2a \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{Q}{2\lambda} - 2a \right)^2 - a^2}$, qualquer que seja o valor da carga Q .

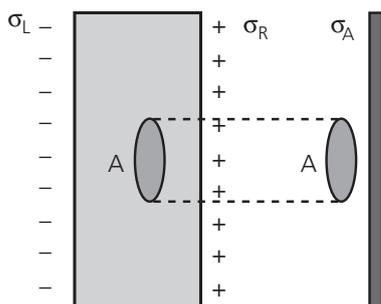
D) A abscissa x_3 é igual a $\frac{Q}{4\lambda} + \sqrt{\frac{Q^2}{16\lambda^2} + \frac{Qa}{2\lambda}}$.

E) Os itens B, C e D estão corretos

45. Um elétron está se movendo livremente ao longo de um tubo com área de seção transversal variando, conforme mostrado na figura. Explique a mudança na intensidade da velocidade do ponto A para o ponto B.



46. Uma placa metálica infinita tem uma densidade superficial de carga $\sigma_L = -\frac{6\mu C}{m^2}$, lado esquerdo e uma densidade superficial de carga $\sigma_D = +\frac{4\mu C}{m^2}$, no lado direito. Uma superfície gaussiana na forma de um cilindro circular, com área A 12 cm^2 , está localizada com o lado esquerdo dentro da placa e uma delgada placa carregada à direita. A densidade superficial de carga da placa metálica é σ_A .



Marque a opção correta com relação ao valor da densidade superficial σ_A e ao fluxo ϕ_E através da gaussiana.

- | | | |
|----|------------------|--------------------------------|
| | σ_A | ϕ_E |
| A) | $+ 4 \mu C/m^2$ | $+ 271 \text{ N} \cdot m^2/C$ |
| B) | $- 4 \mu C/m^2$ | $+ 1086 \text{ N} \cdot m^2/C$ |
| C) | $- 64 \mu C/m^2$ | $- 1086 \text{ N} \cdot m^2/C$ |
| D) | $- 10 \mu C/m^2$ | $+ 542 \text{ N} \cdot m^2/C$ |
| E) | $+ 2 \mu C/m^2$ | $+ 1900 \text{ N} \cdot m^2/C$ |

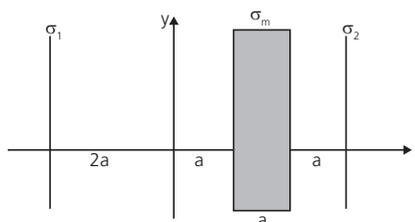
47. Dois planos infinitos e delgados estão colocados perpendicularmente ao eixo $-x$, conforme a figura. A densidade superficial de carga dos dois planos estão denotados por σ_1 e σ_2 . Uma placa metálica de espessura $a = 60 \text{ cm}$ está localizada entre os planos delgados e possui uma carga por unidade de área igual a σ_m . Determine a densidade superficial induzida no lado direito da placa metálica condutora.

Dados: $a = 60 \text{ cm}$

$$\sigma_1 = 8,5 \text{ C/m}^2$$

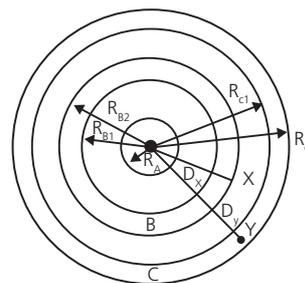
$$\sigma_2 = 1,5 \text{ C/m}^2$$

$$\sigma_m = - 3,0 \text{ C/m}^2$$



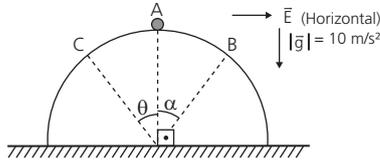
- A) $1,5 \text{ C/m}^2$ B) $2,0 \text{ C/m}^2$
 C) $4,0 \text{ C/m}^2$ D) $5,0 \text{ C/m}^2$
 E) $7,0 \text{ C/m}^2$

48. Sejam três esferas condutoras positivas $QA > AB > AC$, respectivamente.



- A) Determine a carga induzida na superfície externa das esferas B e C.
 B) Determine o módulo do campo elétrico no ponto x.
 C) Mostre analiticamente que o campo elétrico em y é nulo.
Obs.: Atente para a nomenclatura como por exemplo.
 $k \rightarrow$ constante eletrostática.
 $R_{C1} \rightarrow$ raio interno da esfera C.
 $R_{C2} \rightarrow$ raio externo da esfera C.
 D) Recalcule o campo elétrico no ponto x, sabendo que as esferas B e C foram conectadas através de um condutor.
 E) Se uma carga Q_D positiva for aproximada da superfície externa da esfera maior, o campo elétrico em x tenderia a aumentar ou diminuir? Por quê?
 F) E caso QD fosse momentaneamente conectada à esfera maior, que alterações sofreria o campo elétrico x?

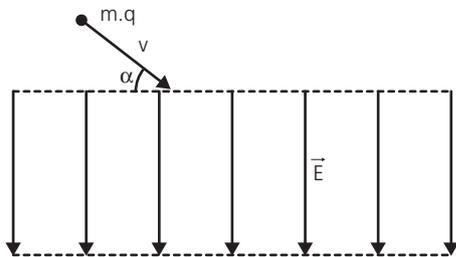
49. Na figura, um corpúsculo eletrizado, de massa de 300 g e carga $-2\mu\text{C}$, é abandonado do repouso no ponto **A**, sobre uma superfície lisa de um hemisfério fixo do solo, numa região sujeita a um campo elétrico uniforme \vec{E} , de intensidade 10^6 N/C , e sujeita a um campo gravitacional uniforme, de intensidade 10 m/s^2 . O corpo começa então a deslizar e perde contato com o hemisfério:



- A) no ponto **B**, com $\text{sen } \alpha = \frac{12}{13}$
- B) no ponto **B**, com $\text{sen } \alpha = \frac{5}{13}$
- C) no ponto **B**, com $\text{sen } \alpha = \frac{3}{5}$
- D) no ponto **C**, com $\text{sen } \theta = \frac{3}{5}$
- E) no ponto **C**, com $\text{sen } \theta = \frac{5}{13}$

50. Uma partícula de massa m com carga $q > 0$ penetra em um condensador plano, cujas armaduras são redes metálicas. A intensidade do campo no condensador é \vec{E} e a distância entre as redes é d . A velocidade inicial \vec{v} da partícula forma um ângulo α com o plano da primeira rede. Determine, respectivamente:

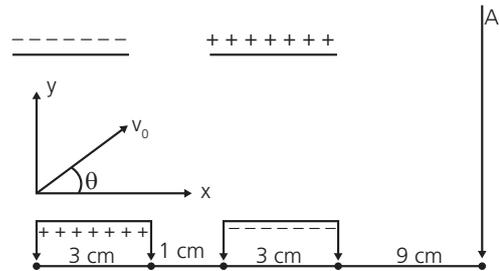
- I. o ângulo β , com relação ao plano que a partícula sairá do condensador;
- II. a velocidade (módulo) v que a partícula sairá do condensador.



	I $\text{tg } \beta$	II Velocidade v
A)	$\text{tg } \alpha \sqrt{1 + \frac{2qEd}{mv^2 \cos^2 \alpha}}$	$v \sqrt{1 + \frac{2qEd}{3mv^2}}$
B)	$\text{tg } \alpha \sqrt{1 + \frac{qEd}{mv^2 \cos^2 \alpha}}$	$v \sqrt{1 + \frac{2qEd}{mv^2}}$
C)	$\text{tg } \alpha \sqrt{1 + \frac{2qEd}{mv^2 \text{sen}^2 \alpha}}$	$v \sqrt{1 + \frac{2qEd}{mv^2 \text{tg}^2 \alpha}}$
D)	$\text{tg } \alpha \sqrt{1 + \frac{2qEd}{mv^2 \text{sen}^2 \alpha}}$	$v \sqrt{1 + \frac{2qEd}{mv^2 \text{tg}^2 \alpha}}$
E)	$\text{tg } \alpha \sqrt{1 + \frac{2qEd}{mv^2 \text{sen}^2 \alpha}}$	$v \sqrt{1 + \frac{2qEd}{mv^2}}$

51. Um elétron ($m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $-e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$) penetra em um campo elétrico uniforme gerado por duas placas carregadas com cargas de sinais opostos, mas de mesma densidade superficial $\sigma = 50,33 \text{ p } \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$. O elétron penetra com velocidade $v_0 = 5 \times 10^5 \text{ m/s}$, conforme a figura. Após sair deste campo penetra em outro campo com as mesmas condições, mas com polaridade oposta.

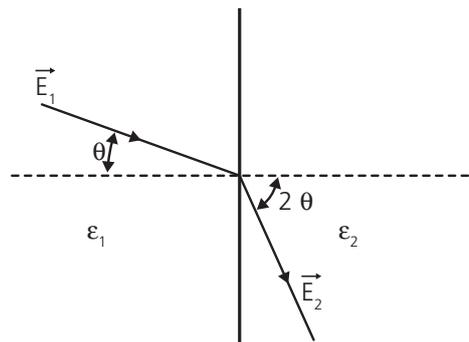
Dados: $\cos \theta = 0,6$; $\text{sen } \theta = 0,8$; $\epsilon = 8,85 \times 10^{-12}$; $\frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$.



Assinale a alternativa que corresponde à distância da origem ao ponto de impacto com o anteparo **A**.

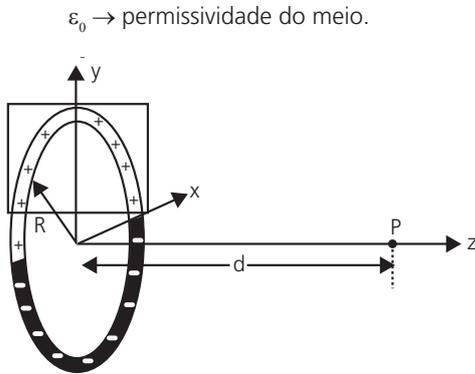
- A) $4\sqrt{31} \text{ cm}$
- B) $4\sqrt{51} \text{ cm}$
- C) $2\sqrt{41} \text{ cm}$
- D) $4\sqrt{41} \text{ cm}$
- E) $3\sqrt{41} \text{ cm}$

52. Quando um campo elétrico passa de um meio para outro, este em geral muda de direção e intensidade como uma espécie de "Lei de Snell", a qual diz: $\epsilon_1 E_{1N} = \epsilon_2 E_{2N}$, onde ϵ_1 e ϵ_2 são as constantes de permissividade dos respectivos meios e E_{1N} e E_{2N} são as componentes dos campos perpendiculares à superfície de separação dos meios. Tendo em vista a figura e se $\epsilon_2 = 5\epsilon_1$, então a intensidade de E_2 vale:



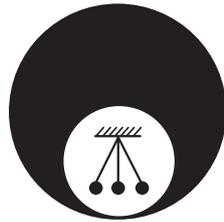
- A) $\frac{E_1 \text{sen } \theta}{5 \text{sen } 2\theta}$
- B) $\frac{5E_1 \cos \theta}{\text{sen } 2\theta}$
- C) $\frac{E_1 \cos \theta}{5 \cos 2\theta}$
- D) $5E_1$
- E) $5E_1 \text{ tg } \theta$

53. Uma fina argola de raio R posicionada no plano xy tem uma densidade linear de carga $+\lambda$ na metade superior e igual quantidade com densidade $-\lambda$ na metade inferior. Determine o módulo do campo elétrico no ponto P , a uma distância d do centro da argola.



- $\epsilon_0 \rightarrow$ permissividade do meio.
- A) $E = 0$
- B) $\frac{\lambda R^2}{2\epsilon_0 (R^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}}$
- C) $\frac{2\lambda R^2}{\epsilon_0 (R^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}}$
- D) $\frac{3}{2} \frac{\lambda R^2}{\epsilon_0 (R^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}}$
- E) N.R.A

54. Uma esfera isolante de raio R , uniformemente eletrizada com densidade volumétrica de cargas $+\rho$ teve uma cavidade esférica de diâmetro R aberta em seu interior, como mostra a figura abaixo. Um pêndulo simples que normalmente oscila 30 vezes por minuto sob ação exclusiva da gravidade, foi colocado no interior da cavidade e passa a executar 90 oscilações por minuto, devido à ação do campo elétrico que a esfera isolante causa no interior da cavidade. Determinar o sinal e o módulo da carga elétrica da esfera pendular.



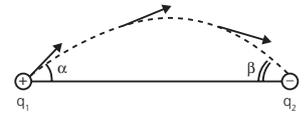
Dados: $m =$ massa da esfera pendular
 $\epsilon =$ permissividade elétrica no interior da cavidade
 $g =$ gravidade local

55. Nós vivemos dentro de um enorme capacitor formado pela superfície da Terra e pela eletrosfera. Esta é uma região condutora de eletricidade da atmosfera superior cuja condutividade é grande, devido às colisões ionizantes entre raios cósmicos e moléculas. Supondo que nas condições atmosféricas normais o campo elétrico seja de 165 V/m, encontre a energia armazenada neste enorme capacitor, formado pela superfície da Terra e a atmosfera, cuja altura é de 25 km. Considere 40000 km a circunferência da Terra.

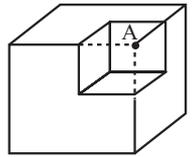
- Dado:** $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ (SI)
- A) $1,0 \times 10^9$ J
- B) $1,5 \times 10^{11}$ J
- C) $1,5 \times 10^{12}$ J
- D) $2,5 \times 10^9$ J
- E) $2,5 \times 10^{10}$ J

56. Duas partículas carregadas $(M + Q)$ e $(m, -q)$ são colocados num campo elétrico uniforme E . Após as partículas são libertadas, ficam a uma distância constante uma da outra. Qual é a distância (L) ?

57. Uma linha de campo elétrico emerge de uma carga pontual positiva $+q_1$ em um ângulo α para a linha reta conectando-o a um ponto negativo carga q_2 . Em que β ângulo será a linha de entrar no campo de carga q_2 ?



58. Imagine um cubo com carga elétrica distribuída uniformemente com uma densidade ρ volume. A intensidade do campo elétrico no ponto A é E . Determinar o valor do campo elétrico quando cortado e removido um pequeno cubo de lado igual à metade do cubo de origem.



59. Uma partícula de carga q e massa pelas equações:

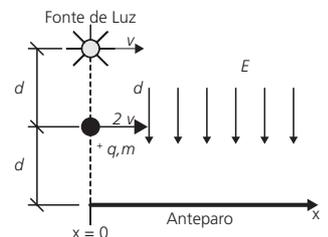
$$E_x(t) = 5 \sin(2t)$$

$$E_y(t) = 12 \cos(2t)$$

Sabe-se que a trajetória da partícula constitui uma elipse. A velocidade escalar máxima atingida pela partícula é:

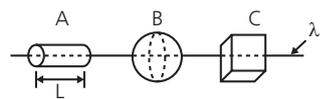
- A) $\frac{5}{2} \left| \frac{q}{m} \right|$
- B) $5 \left| \frac{q}{m} \right|$
- C) $6 \left| \frac{q}{m} \right|$
- D) $\frac{13}{2} \left| \frac{q}{m} \right|$
- E) $13 \left| \frac{q}{m} \right|$

60. A figura apresenta uma fonte de luz e um objeto com carga $+q$ e massa m que penetram numa região sujeita a um campo elétrico E uniforme e sem a influência da força da gravidade. No instante $t = 0$, suas velocidades horizontais iniciais são v e $2v$, respectivamente. Determine:



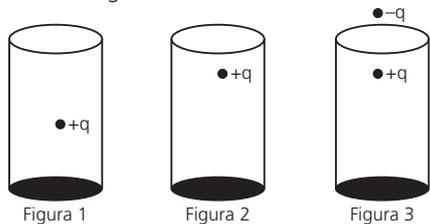
- A) o instante t em que o objeto se choca com o anteparo.
- B) a equação da posição da sombra do objeto no anteparo em função do tempo.
- C) a velocidade máxima da sombra do objeto no anteparo.
- D) a equação da velocidade da sombra do objeto no anteparo em função do tempo, caso o campo elétrico esteja agindo horizontalmente da esquerda para a direita.

61. Um fio de densidade linear de carga positiva λ atravessa três superfícies fechadas A , B e C , de formas respectivamente cilíndrica, esférica e cúbica, como mostra a figura. Sabe-se que A tem comprimento $L =$ diâmetro de $B =$ comprimento de um lado de C , e que o raio da base de A é a metade do raio da esfera B . Sobre o fluxo do campo elétrico, ϕ , através de cada superfície fechada, pode-se concluir que:



- A) $\phi_A = \phi_B = \phi_C$
- B) $\phi_A > \phi_B = \phi_C$
- C) $\phi_A < \phi_B < \phi_C$
- D) $\phi_A/2 = \phi_B = \phi_C$
- E) $\phi_A = 2\phi_B = \phi_C$

68. Considere uma superfície gaussiana dentro da qual está localizada uma carga positiva. Na figura 1, a carga pontiforme está no centro da superfície cilíndrica, enquanto na figura 2, a carga pontiforme está mais próxima do topo do cilindro. Já na figura 3 coloca-se uma carga $-q$ próxima à superfície superior fechada do cilindro gaussiano.

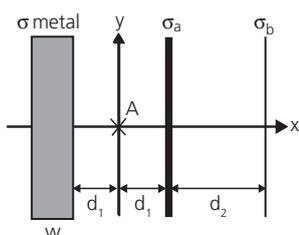


Analise as sentenças e marque a opção correta.

- I. O fluxo é maior no caso 1 (figura 1);
- II. O fluxo é maior no caso 2 (figura 2);
- III. O fluxo é o mesmo nos dois casos (figuras 1 e 2);
- IV. O fluxo é o mesmo na figura 3, isto é, igual aos fluxos das figuras 1 e 2;
- V. O fluxo na figura 3 é nulo.

- A) I e V estão corretas.
- B) II e V estão corretas.
- C) III e IV estão corretas.
- D) III e V estão corretas.
- E) I e IV estão corretas.

69. A figura mostra três placas, todas com área muito grande. As placas delgadas são feitas de material isolante e têm densidades superficiais de carga σ_a e σ_b . A outra é metálica de largura w e está inicialmente descarregada. Determine o campo elétrico no ponto **A**.

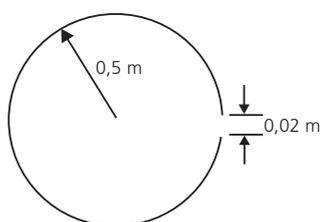


- $d_1 = 4 \text{ cm}$
- $d_2 = 12 \text{ cm}$
- $w = 3 \text{ cm}$
- $\sigma_a = -2,5 \mu\text{C/m}^2$
- $\sigma_b = +7,5 \mu\text{C/m}^2$
- $\sigma_{\text{metal}} = 0$
- $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$

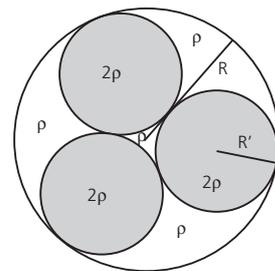
- A) $|\vec{E}_A| = 1,4 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- B) $|\vec{E}_A| = 2,8 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- C) $|\vec{E}_A| = 5,6 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- D) $|\vec{E}_A| = 11,2 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- E) N.R.A

70. Um anel carregado de raio 0,5 m tem uma abertura (veja figura) de 0,02 m. Calcule o campo elétrico (módulo) no centro do anel, cuja carga uniformemente distribuída é igual a $+1\text{C}$.

Dado: $k_0 = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$

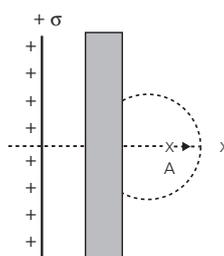


71. Considere a distribuição de carga elétrica representada na figura formada por três esferas pequenas e outra maior. A densidade de carga elétrica nas várias regiões do espaço está indicada na figura, sendo ρ uma constante. O raio da esfera maior é R e o de cada uma das esferas menores é R' .



- A) Calcule a carga total da distribuição.
- B) Calcule o campo elétrico no centro da esfera maior e no centro de uma das esferas menores.

72. Uma infinita placa metálica tem uma densidade superficial de carga $+\sigma$. Uma placa não delgada está localizada à direita da placa delgada e está descarregada.



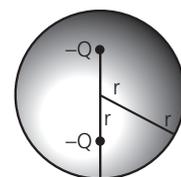
Analise as sentenças abaixo.

- I. O campo elétrico no ponto **A** é zero em função da blindagem da placa não delgada e neutra;
- II. A densidade superficial de carga induzida no lado esquerdo da placa não metálica tem módulo maior que a densidade induzida no lado direito, porque a superfície do lado esquerdo está mais próxima da placa delgada;
- III. Considere a superfície esférica pontilhada na figura. O fluxo elétrico total passando por ela é zero.

Podemos afirmar que:

- A) todas as sentenças são verdadeiras.
- B) todas as sentenças são falsas.
- C) somente I é verdadeira.
- D) somente II é verdadeira.
- E) somente III é verdadeira.

73. A figura representa uma esfera de raio R uniformemente carregada com carga positiva. No interior há duas cargas pontuais negativas ($-Q$ cada uma) colocadas sobre um mesmo diâmetro da esfera e equidistantes do centro. O sistema é eletricamente neutro. Este é o bem conhecido modelo atômico de Thomson (no caso, para o átomo de hélio).



Notas: se $b \ll a \cdot (a + b)^2 \approx a^2 + 2ab$
se $x \ll 1, (1 + x)^{-1} \approx 1 - x$

- A) Determine a distância r a que devem estar às cargas negativas do centro da esfera para que o sistema esteja em equilíbrio eletrostático.
- B) Calcule a frequência de pequenas oscilações radiais de cada um dos elétrons (admita que o outro permanece em repouso), sendo m a massa do elétron.

GABARITO				
01	02	03	04	05
*	E	D	A	A
06	07	08	09	10
A	D	C	*	*
11	12	13	14	15
C	D	*	D	A
16	17	18	19	20
*	*	*	*	*
21	22	23	24	25
A	*	A	*	C
26	27	28	29	30
D	*	E	B	*
31	32	33	34	35
-0,3	*	A	D	*
36	37	38	39	40
*	E	D	E	*
41	42	43	44	45
*	B	*	D	*
46	47	48	49	50
D	B	*	E	E
51	52	53	54	55
D	C	B	*	C
56	57	58	59	60
*	*	*	C	*
61	62	63	64	65
A	C	B	*	*
66	67	68	69	70
A	B	C	B	*
71	72	73		
*	B	*		

* 09: $\alpha = \arctg\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2$

10: $\frac{qEL}{2\cos^2\alpha(tg\alpha + tg\beta)}$

13: No interior: $E = \frac{\rho x}{\epsilon_0}$; No exterior: $E = \frac{\rho b}{\epsilon_0}$

16: $V_0 = \sqrt{\frac{\rho e R^2}{3m\epsilon}}$

17: A) $1,12 \cdot 10^{-18} \text{ C}$
B) 7 cargas

18: Solução com o professor.

19: Solução com o professor.

20: $\sqrt{2\epsilon_0 dgh}$

22: $3 \times 10^4 \text{ kN/C}$

24: $+ 1,14 \times 10^{-12} \text{ C/m}^3$

27: $t = \sqrt{\frac{8m\epsilon_0}{\rho^a}}$

30: A) $tg\theta_0 = \frac{Eq}{mg}$ B) $\sqrt{2Rg(1-\cos\theta_0)}$

C) $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

32: $\frac{\rho R}{3\epsilon_0} \frac{d}{d}$

35: $\frac{\sigma r^2}{4\epsilon_0 R^2}$

36: Solução com o professor

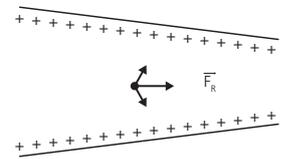
40: $\frac{\sqrt{3}\sigma}{16\epsilon_0}$

41: A) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m\ell}{\sqrt{q^2E^2 + m^2g^2 + 2mgqE\cos\beta}}}$

B) $tg\alpha = \frac{qE\sin\beta}{Mg + qE\cos\beta}$

43: $q/6\epsilon_0$

45: O elétron atua como indutor, atraindo cargas positivas do tubo. Com isso, surge uma força elétrica no sentido da movimentação do elétron, ocasionando uma aceleração e com isso variando a velocidade entre **A** e **B**.



48: A) $Q_A + Q_B$ e $Q_A + Q_B + Q_C$

B) $\frac{K(Q_A + Q_B)}{D_x^2}$

C) Solução com o professor.

D) $\frac{KQ_A}{D_x^2}$

E) Permanece o mesmo. Blindagem eletrostática.

F) Nenhuma.

54: $48mge_0 / \rho^R$

56: $L = \sqrt{\frac{(M+m)kQq}{E(qM+Qm)}}$

57: $\sin\left(\frac{\beta}{2}\right) = \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}}$

58: $E/2$

60: $t = \sqrt{\frac{2md}{qE}}$

$x_s = \frac{3vdt + \frac{qEv}{2m}t^3}{d + \frac{qE}{2m}t^2}$

$v_s = 3v + \frac{2qE}{m}t$

64: Solução com o professor.

65: A) $\frac{\rho d}{2\epsilon}$

B) $\frac{\rho R^2}{2\epsilon d}$

70: $2,13 \cdot 10^8 \text{ N/C}$

71: A) $2,7\rho R^3$

B) $E = 0$ e $E = \frac{11}{12}(2-\sqrt{3})\frac{\rho R}{\epsilon_0}$

73: A) $\frac{R}{2}$

B) $w = \sqrt{\frac{3Q^2}{2\pi\epsilon_0 m R^2}}$



45ª OLIMPÍADA INTERNACIONAL DE FÍSICA (IPhO) - CAZAQUISTÃO - 2014

FARIAS BRITO

O MAIOR NÚMERO DE MEDALHAS DO BRASIL



ITA/IME - 2014

FARIAS BRITO

O 1º DO BRASIL NO ITA E NO IME



MARCOS SANTANA
MÉDIA: 76,7

ROGER LEITE
MÉDIA: 76,5

SARA MARIA
MÉDIA: 8,235

1º

DO BRASIL
ENTRE AS CAPITAIS.
EXCETO FORTALEZA.

COMPARATIVO ENTRE AS CAPITAIS BRASILEIRAS			
CAPITAIS	ITA	IME	TOTAL
FARIAS BRITO	32	75	107
RIO DE JANEIRO-RJ	18	84	102
SÃO PAULO-SP	10	27	37
BRASÍLIA-DF	6	24	30
RECIFE-PE	8	18	26
BELO HORIZONTE-MG	5	11	16
GOIÂNIA-GO	3	8	11
CURITIBA-PR	3	7	10
SALVADOR-BA	1	5	6
PORTO ALEGRE-RS	2	2	4
BELÉM-PA	0	2	2
NATAL-RN	2	0	2
MANAUS-AM	0	1	1
VITÓRIA-ES	1	0	1

SISTEMA DE ENSINO



ESCOLAS

