

# Força de Atrito

## Conceito de Atrito

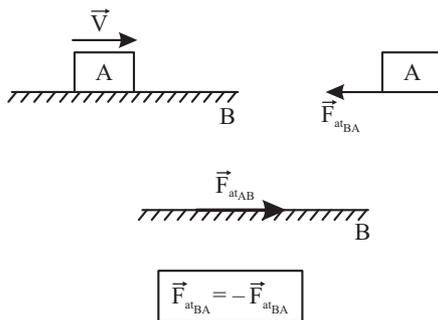
Atrito é um estado de aspereza ou rugosidade entre dois sólidos em contato, que permite a troca de forças em uma direção tangencial à região de contato entre os sólidos.

O fato de existir atrito entre dois sólidos não implica, necessariamente, a existência de uma força de atrito entre eles.

A força de atrito só se manifesta quando há deslizamento entre os sólidos (atrito dinâmico) ou quando houver tendência de deslizamento entre os sólidos (atrito estático).

O sentido de força de atrito é sempre contrário ao deslizamento ou à tendência de deslizamento entre os sólidos em contato.

De acordo com a Lei de Newton (Ação e Reação) os sólidos **A** e **B** trocam entre si forças de atrito, isto é, existe uma força de atrito que **A** aplica em **B** e outra força de atrito que **B** aplica em **A**. É evidente que tais forças de atrito, são opostas, isto é, têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos.

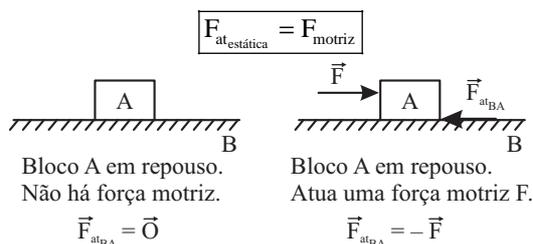


As forças de atrito trocadas entre **A** e **B** ( $\vec{F}_{atAB}$  e  $\vec{F}_{atBA}$ ) nunca se equilibram porque estão aplicadas em corpos distintos.

## Atrito Estático

Quando entre dois sólidos **A** e **B** existe e, embora não haja movimento relativo entre eles, há uma tendência de deslizamento, isto é, há uma solitação ao movimento, surge uma força de atrito no sentido de evitar o deslizamento relativo e denominada **força de atrito estática**.

Não havendo deslizamento, a **força de atrito estática** tem intensidade igual à da força que solicitou o sistema a se mover, força esta chamada de **força motriz**.



À medida que a força motriz vai aumentando (maior solitação ao movimento), a força de atrito estática também vai aumentando, de modo a continuar evitando o movimento relativo entre os sólidos. Contudo, existe uma limitação para o valor da força de atrito estática, isto é, existe uma força de atrito máxima que é denominada **força de atrito máxima**.

Dependendo da intensidade da força motriz ( $\vec{F}$ ), a força de atrito estática ( $\vec{F}_{atE}$ ) tem intensidade que pode variar de zero (não há solitação ao movimento) até um valor máximo chamado força de atrito máxima (o deslizamento entre os sólidos em contato é iminente).

$$0 \leq F_{atE} \leq F_{atMáx}$$

A força de atrito máxima ( $F_{atMáx}$ ) tem intensidade proporcional à intensidade da força normal de contato entre os sólidos ( $N$ ), isto é, a força que tende a apertar um sólido contra o outro.

A constante de proporcionalidade entre a força de atrito de destaque ( $F_{atMáx}$ ) e a força normal ( $N$ ) só depende dos sólidos em contato (material dos corpos, polimento, lubrificação) e é denominado coeficiente de atrito estático ( $\mu_e$ ).

$$F_{at(máx)} = \mu_e N$$

**Atenção:** O valor de  $\mu_e$  geralmente é menor do que 1. No entanto, alguns pares de superfície têm em média  $\mu_e > 1$ .

**Exemplos:** Níquel sobre níquel +  $\mu_e = 1,10$

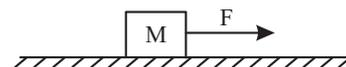
aço fundido sobre aço fundido

$$\mu_e = 1,10$$

*Fundamental University Physics Alonso & Fine*

## Exemplo 1 (UFC/87.2)

O bloco da figura tem massa  $M = 10\text{kg}$  e repousa sobre uma superfície horizontal. Os coeficientes de atrito, estático e cinético, entre o bloco e a superfície são  $\mu_e = 0,5$  e  $\mu_c = 0,4$ , respectivamente. Aplicando no bloco uma força horizontal  $F = 20\text{N}$ , determine a força de atrito que atua sobre ele ( $g = 10\text{m/s}^2$ ).



## Atrito Dinâmico

Quando a intensidade da força motriz ( $F$ ) supera a intensidade da força de atrito máxima ( $F_{at(máx)}$ ) tem início o deslizamento entre os sólidos em contato e o atrito é chamado **dinâmico** ou **cinético**.

Verifica-se experimentalmente que o coeficiente dinâmico ( $\mu_d$ ) é menor que o coeficiente de atrito estático

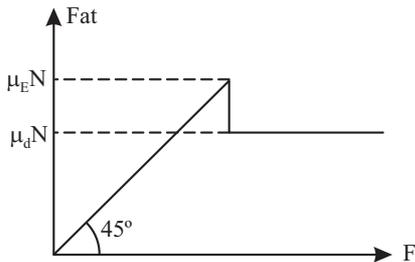
( $\mu_E$ ), o que significa que, ao iniciar o movimento, a força de atrito diminui sua intensidade.

$$\mu_d < \mu_E$$

Durante o deslizamento entre os sólidos, supondo que as superfícies de contato sejam homogêneas ( $\mu_d = \text{constante}$ ), a força de atrito terá intensidade constante, não importando a velocidade relativa entre os sólidos nem a intensidade da força motriz.

$$F_{at} \text{ (dinâmico)} = \mu_d N \quad N \rightarrow \text{constante.}$$

**GRÁFICO DA FORÇA DE ATRITO**



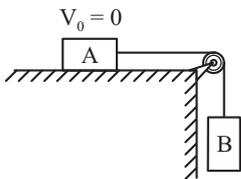
**Exemplo 2**

Em cada um dos desenhos abaixo, assinalar as forças de atrito trocadas pelos corpos indicados.

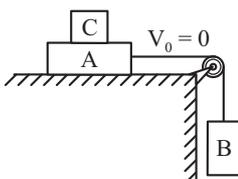
A) Entre a bengala e o chão.



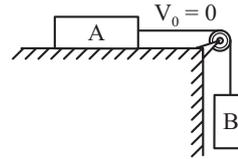
B) Entre o corpo A e o apoio.



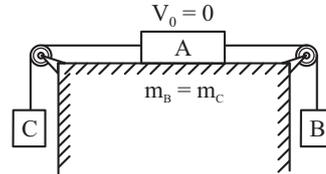
C) Entre o corpo A e o corpo C. (Entre A e o apoio não há atrito).



D) Entre o corpo B e a parede vertical.



E) Entre o corpo A e o apoio.

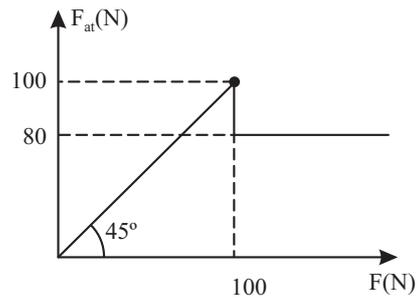


F) Entre o pneu e o chão, assinalando somente a componente no plano da figura.



**Exemplo 3**

A intensidade da força de atrito recebida por um bloco do plano de apoio ( $F_{at}$ ), varia com a intensidade da força exercida pelo homem ( $F$ ) conforme o gráfico.



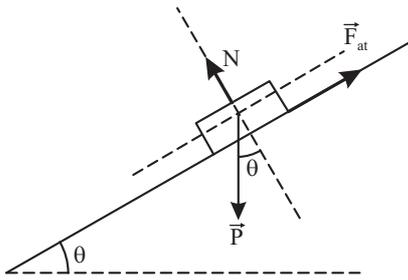
Calcule:

- A)  $\mu_E$  e  $\mu_d$
- B) a aceleração do bloco para  $F = 120\text{N}$ .

**Dados:** massa do bloco = 40kg

$$g = 10\text{m/s}^2$$

**Corpo na Iminência de Movimento Sobre um Plano Inclinado**



Se o corpo está prestes a se movimentar, então:

$$F_{at} = \mu_E N.$$

$$N = P \cos \theta \rightarrow \begin{cases} \text{Condições de repouso} \\ \text{para o corpo} \end{cases}$$

$$F_{at} = P \sin \theta$$

$$\text{Daí: } P \sin \theta = \mu_E \cdot P \cos \theta$$

$$\mu_E = \tan \theta$$

**Exemplo 4**

Se inclinarmos gradativamente a superfície S, os corpos M e N ficam na iminência de escorregar para ângulos da superfície com a horizontal respectivamente iguais a 30° e 60°.



Colocando-se M e N colados, a iminência se dará para um ângulo  $\alpha$ . Determine  $\alpha$ . A razão entre os pesos  $P_M$  e  $P_N$  dos corpos é:



**Aceleração de Um Corpo num Plano Inclinado com Atrito**

$$F_R = \mu_a$$

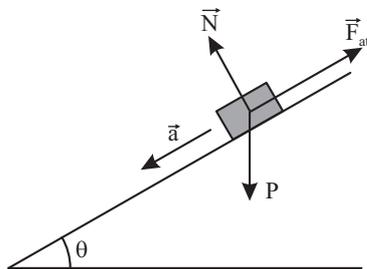
$$F_R = mg \sin \theta - F_{at}$$

$$F_{at} = \mu_d N = \mu_d \cdot P \cos \theta$$

Daí:

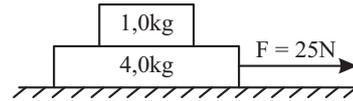
$$ma = mg \sin \theta - \mu_d mg \cdot \cos \theta$$

$$a = 0 \rightarrow \mu_d = \tan \theta \quad \leftarrow \text{Veja } \boxed{a = g \sin \theta - \mu_d g \cdot \cos \theta}$$



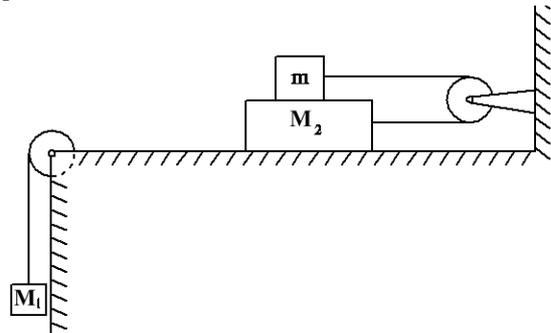
**Exercícios**

- (IME/83 – Escola Naval/85) Um bloco de 1,0kg está sobre outro de 4,0kg que repousa sobre uma mesa lisa. Os coeficientes de atrito estático e cinemático entre os blocos valem 0,60 e 0,40. A força F aplicada ao bloco de 4,0kg é de 25N e a aceleração da gravidade no local é aproximadamente igual a 10m/s<sup>2</sup>. A força de atrito que atua sobre o bloco de 4,0kg tem a intensidade de:



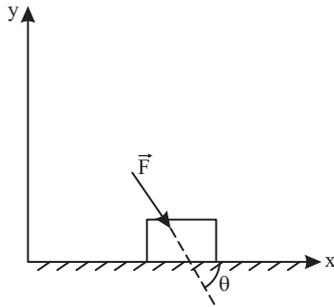
- A) 5,0N
- B) 4,0N
- C) 3,0N
- D) 2,0N
- E) 1,0N

- (ITA/84) A figura a seguir representa uma mesa horizontal de coeficiente de atrito cinético  $\mu_1$ , sobre a qual se apoia o bloco de massa  $M_2$ . Sobre ele está apoiado o objeto de massa  $m$ , sendo  $\mu$  o coeficiente de atrito cinético entre eles.  $M_2$  e  $m$  estão ligados por cabos horizontais esticados, de massa desprezível, que passam por uma roldana de massa desprezível. Desprezando-se a resistência do ar e o atrito nas roldanas, podemos afirmar que  $m$  se deslocará com velocidade constante em relação a um observador fixo na mesa de  $M_1$  for tal que:

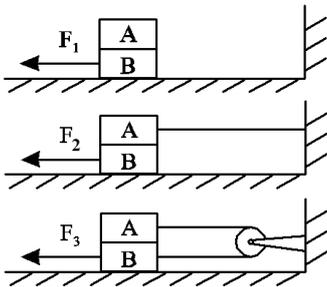


- A)  $M_1 = \mu m$
- B)  $M_1 = \mu_1(M_2 + m) + 2\mu m$
- C)  $M_1 = \mu_1 M_2 + \mu m$
- D)  $M_1 = 2\mu m + 2\mu_1(M_2 + m)$
- E)  $M_1 = \mu_1(M_2 + m)$

- Um bloco de peso P repousa sobre uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície é  $\mu$ . Empurra-se o bloco com uma força F que forma um ângulo  $\theta$  com a horizontal. Estabeleça uma expressão para o ângulo  $\theta$  além do qual não é possível mover o bloco, por maior que seja o valor de F.

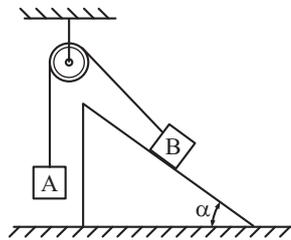


4. (ITA/57) Os blocos **A** e **B** dos sistemas esquematizados são todos iguais entre si e têm massa **m**. O coeficiente de atrito entre todas as superfícies é  $\mu$ . O bloco **B** executa movimento uniforme em todos os casos. Calcular a relação entre as intensidades das forças  $F_2$  e  $F_1$  e entre  $F_3$  e  $F_1$ .

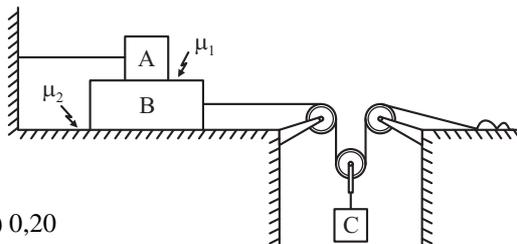


5. (ITA) Na figura abaixo, os dois blocos **A** e **B** têm massas iguais. O menor valor dos coeficientes de atrito estático entre o plano inclinado de  $\alpha$  e o bloco **B**, para que o sistema **não** escorregue, é:

- A)  $\frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha}$   
 B)  $\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$   
 C)  $\text{tg } \alpha$   
 D)  $\text{cotg } \alpha$   
 E)  $\text{cossec } \alpha$



6. Na configuração abaixo, o coeficiente de atrito entre os blocos **A** e **B** é  $\mu_1 = 0,10$  e entre o bloco **B** e a superfície horizontal é  $\mu_2$ . Sendo  $P_A = 20\text{N}$ ,  $P_B = 80\text{N}$  e  $P_C = 60\text{N}$ , e sabendo-se que o sistema está na iminência de deslizamento, o coeficiente de atrito  $\mu_2$  vale:



- A) 0,20  
 B) 0,28  
 C) 0,30  
 D) 0,10  
 E) 0,58

7. (ITA/74) Uma composição ferroviária com a massa total de 100t, corre com velocidade de intensidade igual a 20m/s, sobre trilhos retos e horizontais. Pressentindo um perigo iminente, o maquinista freia bruscamente, travando todas as rodas da composição. Assim fazendo, o trem para numa distância de 100m. Para que isso ocorra, o coeficiente de atrito dinâmico oferecido pelos trilhos deve ser ( $g = 10\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ):  
 A) 1,5  
 B) 0,20  
 C) 1,00  
 D) 0,10  
 E) 0,020

8. (Aman/84) Um móvel se desloca com movimento retilíneo e uniforme sobre uma superfície horizontal, sob a ação de uma força de intensidade 30N, paralela ao plano. Quando a intensidade da força é duplicada, o móvel adquire aceleração de intensidade igual a  $2,0\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

Sendo  $g = 10\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$  e supondo que o coeficiente de atrito cinético entre o corpo e a superfície seja constante, o seu valor é:

- A) 0,25  
 B) 0,20  
 C) 0,28  
 D) 0,15  
 E) 0,32

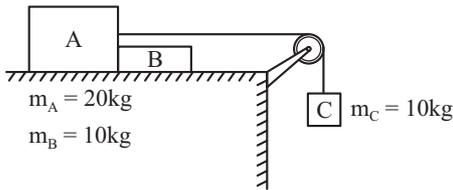
9. (Aman/85) Um corpo se move com velocidade constante sobre um plano horizontal, sob a ação de uma força de intensidade **F**, também horizontal. Se a intensidade da força é triplicada, sem alteração da direção e sentido, o corpo adquire aceleração de intensidade igual a  $4,0\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

Supondo  $g = 10\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$  e que seja constante o coeficiente de atrito cinético, este último vale:

- A) 0,50  
 B) 0,30  
 C) 0,40  
 D) 0,20  
 E) 0,60

10. (IME/69) Um bloco, pesando 100kgf e inicialmente em repouso sobre uma superfície plana e horizontal, recebe a ação de uma força horizontal constante e de intensidade 50kgf. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície é constante e igual a 0,20. Em quantos segundos a velocidade escalar do bloco aumentará de 1,3m/s para 3,3m/s?  
 Adote  $g = 10\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

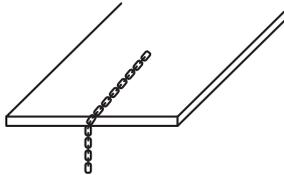
11. (Aman/84) Na figura abaixo, a superfície é horizontal; a roldana e o fio empregados têm massas desprezíveis e existe atrito apenas entre os blocos e a superfície de apoio.



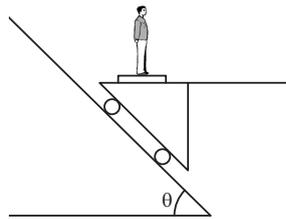
Sendo  $g = 10\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$  e o coeficiente de atrito cinético igual a 0,20, a força de interação entre os blocos vale:

- A) 50N  
 B) 40N  
 C) 20N  
 D) 30N  
 E) 70N
12. (Cesesp/85) Uma fina corrente metálica se encontra parcialmente dependurada de uma mesa, como mostra a figura. Se o coeficiente de atrito estático entre a corrente e a mesa for  $\mu$ , qual é a fração mínima do comprimento da corrente que deve ser mantida sobre a mesa para que a corrente **não** escorregue.

- A)  $\frac{1}{(\mu + 1)}$   
 B)  $\frac{\mu}{(\mu + 1)}$   
 C)  $\frac{\mu}{(1 - \mu)}$   
 D)  $\frac{1}{(1 - \mu)}$   
 E)  $\frac{(1 - \mu)}{(\mu + 1)}$



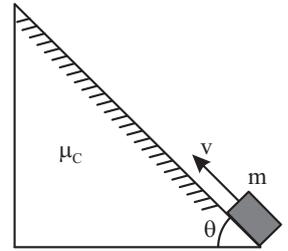
13. Um indivíduo de massa  $m = 50\text{kg}$  está sobre uma balança de mola, a qual está fixa num carrinho **B** que desce por uma rampa sem atrito, como mostra a figura. São dados  $g = 10\text{m/s}^2$  e  $\text{sen } \theta = 0,20$ . Determine a marcação da balança dividida por dez, supondo seu mostrador calibrado em Newtons.



14. Um caminhão transporta em sua carroceria um galão de óleo ( $m = 20\text{kg}$ ) com o qual tem um coeficiente de atrito 0,20. A maior aceleração que o caminhão pode adquirir sem que o galão se mova em relação a ele vale: ( $g = 10\text{m/s}^2$ ).

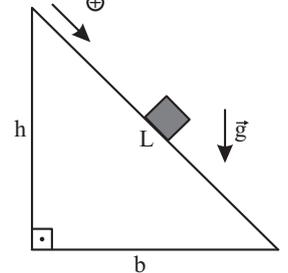


15. (Eesc/84) Um bloco de massa  $m$ , é lançado de baixo para cima, ao longo de um plano inclinado. O coeficiente de atrito cinético entre o plano e o bloco é  $\mu_c = 0,5$  e o ângulo de inclinação do plano,  $\theta = 45^\circ$ , é suficiente para permitir o deslizamento do bloco de volta ao ponto de lançamento. Sendo  $t_s$  o tempo de subida e  $t_d$  o tempo de descida do bloco, tem-se a seguinte relação:



- A)  $\frac{t_d}{t_s} = 1$   
 B)  $\frac{t_d}{t_s} = 3$   
 C)  $\frac{t_d}{t_s} = \sqrt{3}$   
 D)  $\frac{t_d}{t_s} = \frac{1}{3}$   
 E)  $\frac{t_d}{t_s} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

16. Um bloco de madeira é lançado ao longo de um plano inclinado de altura  $h$ , comprimento  $L$  e base  $b$ , ao longo de uma linha de maior declive desse plano, num lugar onde a aceleração da gravidade tem intensidade igual a  $g$ .



Sabendo que o coeficiente de atrito é  $\mu = \frac{h}{b}$  (constante)

entre o móvel e o plano, assinale a opção **correta**.

- A) A aceleração escalar é positiva e o movimento é uniformemente acelerado.  
 B) A aceleração escalar é negativa e o movimento é uniformemente retardado.  
 C) A aceleração escalar é negativa e o movimento é uniformemente acelerado.  
 D) A aceleração escalar é positiva e o movimento é uniformemente retardado.  
 E) A aceleração escalar é nula e o movimento é uniforme.
17. (Eesc) Um bloco de massa  $m$  é largado, a partir do repouso, do topo de um plano inclinado, com atrito. A superfície do plano inclinado é constituída de três etapas de materiais diferentes caracterizados pelos coeficientes de atrito  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_3$  (ver figura 1). Observa-se que a velocidade do bloco varia, com o tempo, conforme o gráfico apresentado na figura 2.

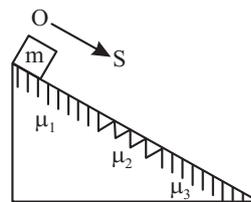


Fig. 1

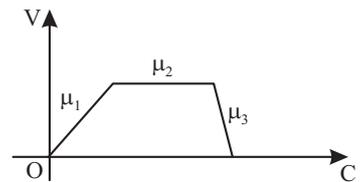
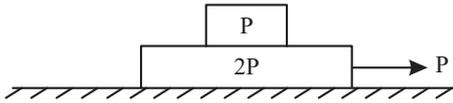


Fig. 2

Pode-se afirmar que:

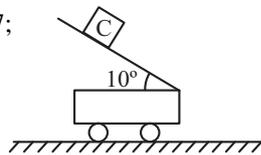
- A)  $\mu_1 < 1$ ;  $\mu_2 = 0$ ;  $\mu_3 < 1$   
 B)  $\mu_1 > \mu_2 > \mu_3$   
 C)  $\mu_1 > 0$ ;  $\mu_2 = 0$ ;  $\mu_3 < 0$   
 D)  $\mu_1 < \mu_3$ ;  $\mu_2 = 0$   
 E)  $\mu_1 < \mu_2 < \mu_3$

18. No sistema temos um bloco de peso  $\bar{P}$  apoiado em uma face horizontal de um bloco de peso  $2P$ , este por sua vez apoiado em uma superfície horizontal. Os coeficientes de atrito entre os dois blocos, e entre o bloco inferior e a superfície horizontal de apoio, são iguais a  $\mu$ . Não se faz distinção entre coeficiente de atrito estático e dinâmico. Acelera-se o sistema aplicando uma força horizontal ao bloco inferior, e aumenta-se gradativamente a intensidade dessa força. Quando essa força atinge o valor  $P$ , o bloco superior se põe a deslizar sobre o inferior. Determine o valor de  $\frac{1}{\mu}$ .

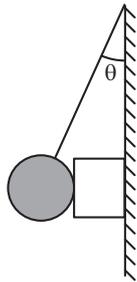


19. Em um plano com inclinação de  $37^\circ$ , um bloco de  $12\text{kg}$  é empurrado para cima por uma força aplicada horizontalmente. Sabe-se que o coeficiente de atrito entre o bloco e o plano é  $0,2$ , pede-se o valor desta força quando a aceleração do bloco é  $4\text{m/s}^2$ .  
**Dados:**  $\sin 37^\circ = 0,6$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$ ;  $g = 10\text{m/s}^2$ .

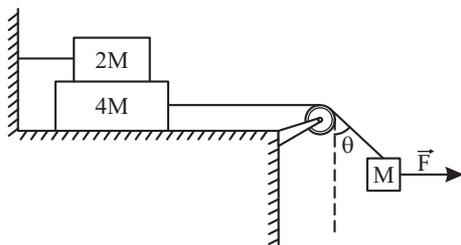
20. (PUC) Um carro move-se em uma estrada retilínea e horizontal. Fixo ao carro, existe um plano que faz com a horizontal um ângulo de  $10^\circ$ . Coloca-se no meio do plano inclinado um corpo C. Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre o corpo e o plano inclinado é  $0,6$ , calcular qual poderá ser o maior valor da aceleração do carro antes de o corpo começar a subir no plano inclinado.  
**Dados:**  $g = 10\text{m/s}^2$ ;  $\sin 10^\circ = 0,17$ ;  $\cos 10^\circ = 0,99$ .



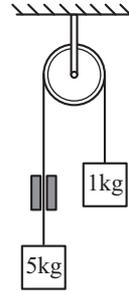
21. O bloco de figura, sustentado pela massa pendular à parede, está prestes a cair. Sendo  $\mu$  o coeficiente de atrito estático entre todas as superfícies em contato, calcule o valor da razão  $\frac{\cot \theta}{\mu}$ .  
 A massa pendular e a do bloco são iguais.



22. (USP) O sistema está na iminência de deslizamento, provocado pela força  $\bar{F}$  horizontal. Os coeficientes de atrito entre os corpos e entre o corpo e a mesa valem  $\mu = 0,25$ . Determine o valor do ângulo  $\theta$ .



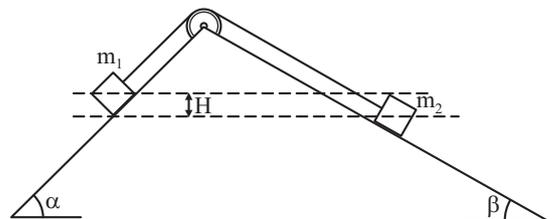
23. Uma corda, cujo peso é desprezível, foi colocada numa roldana de eixo fixo e passa através de um orifício. No movimento da corda, o orifício atua com uma força de atrito constante de  $10\text{N}$ . Nos extremos da corda, são colocados pesos, cujas massas são  $5\text{kg}$  e  $1\text{kg}$ . Determine a aceleração do sistema. **Dado:**  $g = 10\text{m/s}^2$



24. De um ponto  $O$ , através de canais, situados num plano vertical, que formam diferentes ângulos com a vertical, simultaneamente começam a deslizar grãos de areia. O lugar geométrico dos pontos, nos quais se encontram os grãos de areia, é uma circunferência com centro que varia de posição com o tempo  $T$ . Se o coeficiente de atrito entre um grão e o canal é  $\mu$ , o raio da circunferência no tempo  $T$  é:

- A)  $R = \frac{gt^2}{4}\mu$   
 B)  $R = gt^2 \cdot \mu^2$   
 C)  $R = \frac{gt^2}{4}\sqrt{1 + \mu^2}$   
 D)  $R = gt^2\sqrt{1 + \mu^2}$   
 E)  $R = \frac{gt^2}{4}(1 + \mu^2)$

25. Duas cargas com massas  $M_1$  e  $M_2$  estão ligadas através de uma corda que passa por uma roldana. Os planos, nos quais se encontram as cargas, formam com o plano horizontal ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ . A carga da direita encontra-se em um nível inferior à carga da esquerda em uma grandeza igual a  $H$  metros. Decorrido  $1\text{s}$ , depois de iniciado o movimento, ambas as cargas encontram-se à mesma altura. Os coeficientes de atrito são iguais a  $\mu$  (entre as cargas e os planos).



Determine o valor da relação  $\frac{M_1}{M_2}$ .

26. Três corpos de massas iguais (5kg) se encontram sobre uma mesa horizontal. Tais corpos estão unidos entre si por meio de fios que se rompem quando a força de tração é 20N. Os coeficientes de atrito entre o corpo e a mesa são:  $\mu_1 = 0,3$ ;  $\mu_2 = 0,2$  e  $\mu_3 = 0,1$ . Ao corpo 3 se aplica a força  $\vec{F}$  que aumenta lentamente.

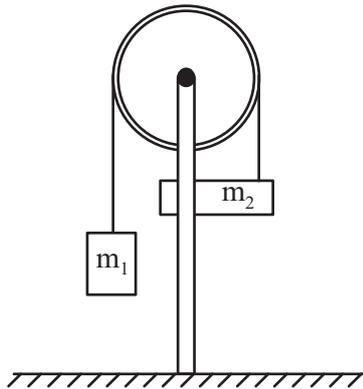
**Dado:**  $g = 10\text{m/s}^2$

Responda.

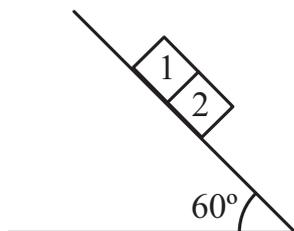
- A) Qual o fio que primeiro se rompe?
- B) Qual o menor valor de  $\vec{F}$  para acontecer o rompimento do fio?

27. Com relação à questão anterior, responda aos itens **a** e **b** supondo a força  $\vec{F}$  aplicada ao corpo 1.

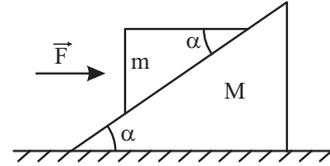
28. Em uma barra vertical, tem-se uma polia fixa ideal, que suporta um fio com dois corpos de massas  $M_1 = 5\text{kg}$  e  $M_2 = 1\text{kg}$ . O corpo 2 tem um furo, através do qual passa uma barra. A força de atrito entre o corpo 2 e a barra é constante e igual a 13N. Encontre a aceleração do corpo.



29. Dois corpos de massas iguais a 4kg são colocados sobre um plano inclinado cujo ângulo de inclinação é  $60^\circ$ . O coeficiente de atrito do corpo superior é  $\mu_1 = 0,1$  e do corpo inferior é  $\mu_2 = 1$ . Determine o valor da força de interação entre os corpos, quando ambos deslizam juntos pelo plano inclinado.

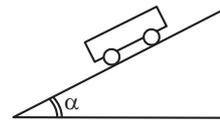


30. Sobre uma mesa horizontal lisa, descansa um prisma de massa  $M$ , com ângulo de inclinação  $\alpha$ . Sobre ele, há outro prisma de massa  $m$ , no qual atua uma força horizontal  $\vec{F}$ . Ambos os prismas se movem ao longo da mesa, de tal forma que o de massa  $m$  permanece em repouso em relação ao de massa  $M$ . Determine a força de atrito entre os prismas.



31. Determine o tempo necessário para que um corpo de massa  $m$  chegue até a base de um plano inclinado de altura  $h$  e ângulo de inclinação  $\beta$ , se por outro plano inclinado de  $\alpha$  ele desce com movimento uniforme.

32. Um carro de massa  $M$  sobe um plano inclinado com aceleração  $a$ . Determine o valor do coeficiente de atrito mínimo entre as rodas e o plano.

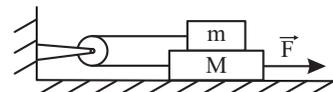


**Obs.:** Considere tração nas quatro rodas.

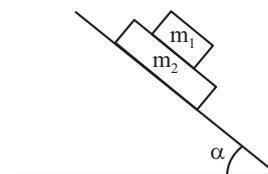
33. Sobre uma mesa horizontal lisa, descansa um corpo de massa  $M = 2\text{kg}$ , sobre o qual se encontra outro corpo de massa  $m = 1\text{kg}$ . Ambos os corpos estão unidos entre si por meio de um fio que passa por uma polia ideal. Que força  $F$  deve ser aplicada ao corpo inferior para que o mesmo se mova com aceleração  $a = \frac{g}{2}$ ?

**Dados:**  $g = 10\text{m/s}^2$

$\mu = 0,5$  (coeficiente de atrito entre os corpos).



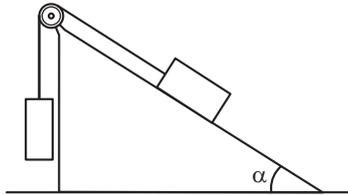
34. Sobre um plano inclinado ( $\alpha = 30^\circ$ ) coloca-se uma prancha plana de massa  $M_2 = 10\text{kg}$  e sobre ela um corpo de massa  $M_1 = 5\text{kg}$ . O coeficiente de atrito entre o corpo e a prancha é  $\mu_1 = 0,15$  e entre a prancha e o plano é  $\mu_2 = 0,3$ .



Determine:

- A) a aceleração de ambos os corpos ( $a_1 = 3,7\text{m/s}^2$  e  $a_2 = 1,8\text{m/s}^2$ );  
 B) o menor coeficiente de atrito  $\mu_2$  para a prancha não se mover (0,44).

35. Por uma polia colocada no vértice superior de um plano inclinado passa uma corda com duas massas iguais a  $m$ . Determine o valor da força que pressiona a polia, se o coeficiente de atrito entre o plano inclinado e a massa sobre ele é  $\mu$ .



36. Por um plano inclinado ( $\alpha = 45^\circ$ ) com a horizontal lança-se para cima um corpo pequeno. Determine o valor do coeficiente de atrito, se o tempo de subida do corpo é 2 vezes menor que o de descida.

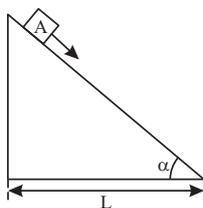
37. Um homem movimenta-se sobre um trenó, o qual desliza sobre um plano inclinado de  $30^\circ$ .

A massa  $M$  do homem é duas vezes maior que a massa  $m$  do trenó. O coeficiente de atrito do trenó com o plano inclinado é  $\mu = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ . Como deve mover-se o homem,

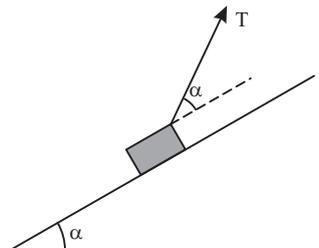
a fim de que o trenó deslize pelo plano inclinado com movimento uniforme? ( $g = 10\text{m/s}^2$ ).

38. Um pequeno corpo  $A$  começa a deslizar a partir do vértice de uma cunha de base  $L$ . O coeficiente de atrito entre o corpo e a superfície da cunha é  $\mu = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

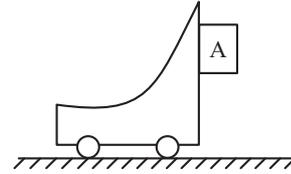
Determine o valor de  $\alpha$  para que o tempo de deslizamento seja o mínimo.



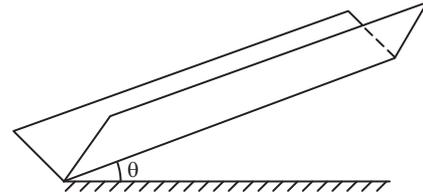
39. Em um plano inclinado, que forma um ângulo  $\alpha$  com a horizontal, arrasta-se através de um fio, a velocidade constante para cima, um corpo de massa  $m$ . O coeficiente de atrito entre o corpo e o plano é  $\mu = 1$ . Determine o valor de  $\beta$  que deve formar o fio com o plano inclinado, a fim de que a tensão no mesmo seja mínima.



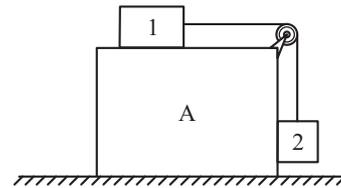
40. Que aceleração deve ter o carrinho para que o bloco  $A$  não caia? O coeficiente de atrito entre o bloco e o carrinho é  $\mu$ .



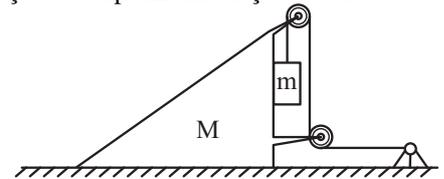
41. Um bloco de massa  $m$  escorrega em uma calha cujos bordos formam ângulos de  $90^\circ$ . Se o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o material que constitui a calha é  $\mu_c$ , determine a aceleração do bloco.



42. Determine o menor valor da aceleração do corpo  $A$  em direção horizontal, para que os corpos  $1$  e  $2$  permaneçam imóveis com respeito ao citado corpo. As massas dos corpos  $1$  e  $2$  são iguais e o coeficiente de atrito entre as superfícies dos corpos é  $\mu$ . A polia e os fios são ideais.

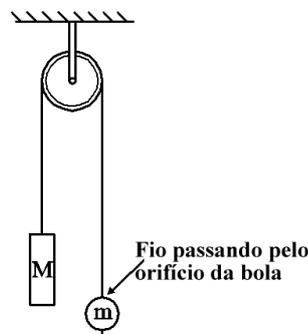


43. No sistema abaixo são conhecidas as massas do prisma  $M$  e do corpo  $m$ . Há atrito somente entre o prisma e o corpo, sendo  $\mu$  o coeficiente de atrito. A polia e os fios são ideais. Encontre a aceleração do corpo  $m$  em relação ao solo. Faça  $M = 3m$ .

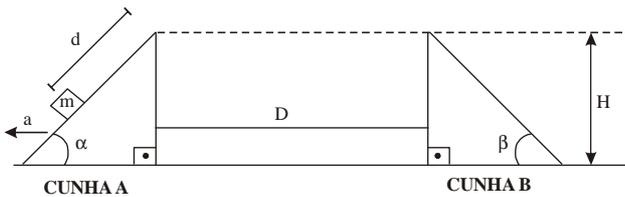


44. Na instalação da figura a seguir, são conhecidas as massas da barra  $M$  e da bola  $m$ , sendo  $M > m$ . A bola tem um orifício e pode deslizar pelo fio com atrito.

A massa da polia, bem como o atrito em seu eixo são desprezíveis. No instante inicial, a bola se encontra no extremo inferior da barra. Depois de  $T$  segundos, a bola se estabelece em frente ao extremo superior da barra, cujo comprimento é  $L$ . Determine o valor da força de atrito entre a bola e o fio.



45. Na situação mostrada abaixo, o corpo de dimensões desprezíveis e massa  $m$  está inicialmente em repouso sobre a cunha **A** e a uma distância  $d = 62,5\text{cm}$  de seu topo, medida ao longo do plano inclinado. A cunha **A** está ligada através de um fio ideal (inextensível e de massa desprezível) de comprimento  $D$  horizontal e outra cunha **B** de mesma altura  $H$  que a cunha **A**. Em certo instante, a cunha **A**, inicialmente em repouso, é submetida a uma aceleração constante  $a = 20\text{m/s}^2$ . Conhecemos o ângulo de inclinação e o coeficiente de atrito entre o corpo e o plano inclinado da cunha **A**, respectivamente,  $\alpha = 37^\circ$  (triângulo 3, 4, 5) e  $\mu = 0,25$ . Sabendo que o corpo, após projetado do topo da coluna **A**, deve cair exatamente no topo da cunha **B**, mantida a aceleração da cunha **A** constante, para a esquerda, ache o comprimento  $D$  do fio que une as cunhas. ( $g = 10\text{ m/s}^2$ ).



Para que o “pouso” do corpo no topo da cunha **B** seja “suave”, isto é, não haja impacto com a superfície da cunha, ache o ângulo de inclinação  $\beta$  da cunha **B**.

## Força Centrípeta

### FORÇA RESULTANTE

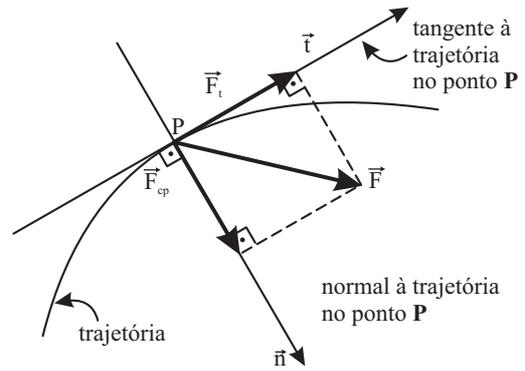
Consideremos um sistema de referência inercial e uma partícula que, sob a ação de um sistema de forças  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ , adquire uma aceleração  $\vec{a}$ .

Denomina-se força resultante ( $\vec{F}$ ), em relação ao sistema de referência inercial adotado, como sendo uma força única, imaginária, hipotética, capaz de proporcionar a uma partícula a mesma aceleração  $\vec{a}$ .

Segue que:  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = m\vec{a}$

### COMPONENTES DA FORÇA RESULTANTE

Para simplificar o estudo é usual decompormos (projetarmos) a força resultante  $\vec{F}$  em duas direções: a tangente à trajetória ( $\vec{t}$ ) e a normal à trajetória ( $\vec{n}$ ).



$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_{cp}$$

$$\vec{F}_t = m\gamma\vec{t}$$

$$\vec{F}_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{R} \cdot \vec{n}$$

$$F^2 = F_t^2 + F_{cp}^2$$

A componente tangencial da força resultante ( $\vec{F}_t$ ) é responsável pela variação da intensidade da velocidade vetorial, sendo nula nos movimentos uniformes e presente nos movimentos variados.

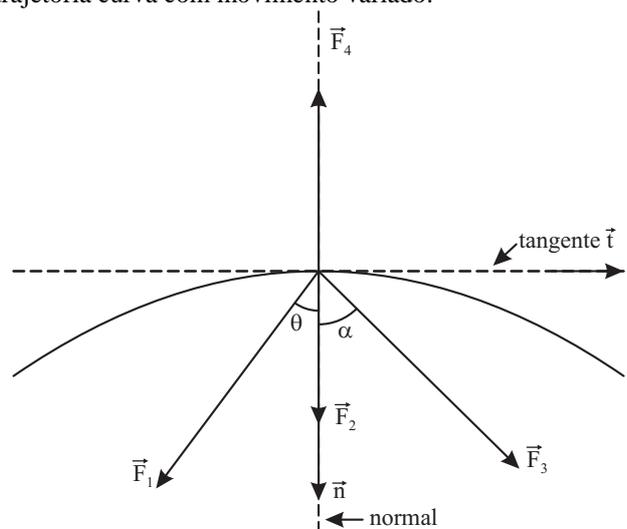
$$\text{MU} \Leftrightarrow \vec{F}_t = \vec{0}$$

A componente centrípeta da força resultante ( $F_{cp}$ ) é responsável pela variação da direção da velocidade vetorial, sendo nula nas trajetórias retas e presente nas trajetórias curvas.

$$\text{Trajetória reta} \Leftrightarrow \vec{F}_{cp} = \vec{0}$$

**Exemplo:**

Seja uma partícula sujeita à ação de forças  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  e  $\vec{F}_4$  indicadas na figura e descrevendo uma trajetória curva com movimento variado.



Seendo  $F_1, F_2, F_3$  e  $F_4$  as intensidades das forças, temos:

$$F_2 + F_1 \cos \theta + F_3 \cos \alpha - F_4 = F_{cp} = \frac{m \cdot V^2}{R}$$

$$F_3 \sin \alpha - F_1 \sin \theta = F_t = m \cdot \gamma$$

O exemplo mostra que, para obtermos a componente centrípeta da força resultante ( $\vec{F}_{cp}$ ) devemos projetar todas as forças atuantes na direção da normal e procurarmos a resultante dessas componentes normais.

Analogamente, para obtermos a componente tangencial da força resultante ( $\vec{F}_t$ ) devemos projetar todas as atuantes na direção da tangente e procurarmos a resultante dessas componentes tangenciais.

**RESULTADO FINAL**  
**UECE 2010.2**  
**FARIAS BRITO**  
**1º NO ENEM. NA UEECE TAMBÉM.**

**1º LUGAR GERAL**  
 ALBERTO VIEIRA GASTÃO RIBEIRO  
 778,4 PONTOS  
 CACAO (CARIACÁS)

**2º LUGAR GERAL**  
 ORLANDO CARLITO DA SILVA  
 774,4 PONTOS  
 ABRICÓ (VIA DO TIPIÓ)

**3º LUGAR GERAL**  
 JOEL ROBERTO FARIAS  
 772,9 PONTOS  
 FIDUCIA (PLANALTINA)

**FARIAS BRITO** < 1º NO ENEM DO MEC - É O MEC QUEM DIZ  
 1º NO VESTIBULAR DA UEECE - É UEECE QUEM DIZ

www.fariasbrito.com.br

ORGANIZAÇÃO EDUCACIONAL **FARIAS BRITO**  
 Paixão por você. Paixão por vencer.