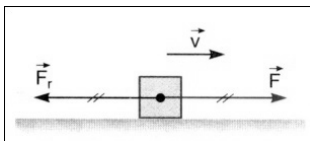


Coleção **olimpo**

IME ITA



Força de Atrito



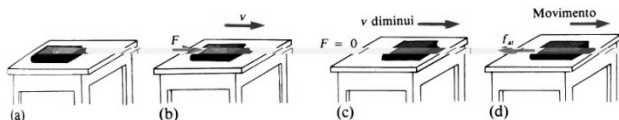
Introdução

Discutimos até agora as leis de Newton, da Dinâmica, aplicadas a corpos em situações ideais. As superfícies em contato eram extremamente polidas e desprezamos a resistência do ar. Porém, uma verdadeira compreensão dessas leis requer uma discussão mais profunda das forças.

Começemos analisando a **força de atrito de escorregamento** entre sólidos. O atrito é denominado dinâmico quando há movimento relativo entre os corpos em contato. Quando não há movimento o atrito é denominado estático.

Força de atrito dinâmico

Considere um livro apoiado sobre uma mesa. Por intermédio de uma força ele atinge, após certo tempo, uma velocidade v . Quando cessa a força, a velocidade diminui até o livro parar. Interpretamos esse fato considerado uma força de resistência oposta ao movimento relativo dos corpos, chamada força de atrito dinâmico.



A força de atrito f_{at} é oposta ao movimento relativo das superfícies em contato.

Como já dissemos, quando há movimento relativo entre as superfícies de contato de dois corpos, a força de atrito $\vec{F}_{at}$ é denominada força de atrito dinâmico (ou cinético). A experiência mostra que o módulo de $\vec{F}_{at}$, neste caso, é dado por:

$$F_{at} = \mu_d \cdot N \quad (I)$$

onde N é o módulo da força normal que um corpo exerce no outro e μ_d é uma constante denominada coeficiente de atrito dinâmico (ou cinético). O valor de μ_d depende do material de que é feito cada corpo, bem como do estado de polimento e lubrificação das superfícies em contato, mas não depende da velocidade relativa nem da área da superfície em contato. Para a maioria dos casos, tem-se $\mu_d < 1$; no entanto, há casos em que $\mu_d \geq 1$. Observemos ainda que

$\mu_d < 1$; no intensidades de duas forças $\left(\mu_d = \frac{F_{at}}{N} \right)$, isto é, μ_d é o quociente de duas grandezas e têm a mesma unidade. Portanto, o coeficiente de atrito é uma grandeza sem unidade (adimensional).

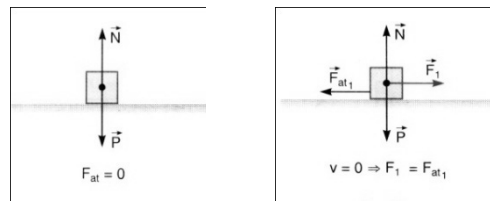
Na realidade, tanto a fórmula (I) como a independência de μ_d em relação à área e à velocidade valem de modo aproximado. No caso da velocidade, por exemplo, nota-se uma diminuição de μ_d à medida que a velocidade aumenta; no entanto, essa diminuição é tão pequena que em geral é desprezada.

Força de atrito estático

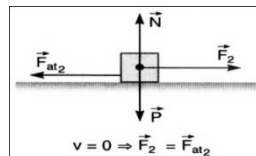
Quando não há movimento relativo entre as superfícies de contato de dois corpos, a força de atrito, desde que exista, é chamada força de atrito estático. Uma característica importante da força de atrito estático é que seu módulo é variável.

Exemplo: Consideremos um bloco inicialmente em repouso sobre uma superfície plana horizontal e rugosa. As únicas forças que atuam no bloco são o peso $\vec{P}$ e a força $\vec{N}$ exercida pela superfície. Nessa situação a força de atrito é nula: $F_{at} = 0$.

Apliquemos ao bloco uma força horizontal $\vec{F}_1$ e suponhamos que, apesar da ação de $\vec{F}_1$, o bloco permaneça em repouso. Isso significa que, ao aplicarmos $\vec{F}_1$, surgiu uma força de atrito $\vec{F}_{at_1}$, de sentido oposto ao de $\vec{F}_1$ e de mesmo módulo de $\vec{F}_1$, de modo que as forças se anulam e o bloco fica parado: $F_{at_1} = F_1$.



Retiremos a força $\vec{F}_1$ e apliquemos ao bloco uma força horizontal $\vec{F}_2$, tal que $F_2 > F_1$. Pode acontecer que o bloco continue em repouso. Concluímos então que, ao aplicarmos $\vec{F}_2$, surgiu uma força de atrito $\vec{F}_{at_2}$ de mesmo módulo e sentido oposto ao de $\vec{F}_2$. Assim, ao aumentarmos a força aplicada, a força de atrito também aumentará, desde que o bloco permaneça em repouso.



Como ilustrou o exemplo, a força de atrito estático tem módulo variável. Mas a experiência mostra que essa variação tem um limite, isto é, existe um valor máximo para o módulo da força de atrito estático. Indicaremos essa força máxima por $\vec{F}_{at,max}$. Assim, voltando ao caso do exemplo, para tirar o bloco do repouso, devemos puxá-lo com uma força $\vec{F}$ tal que $F_3 > F_{at,Max}$.

Quando a força de atrito estático atinge o seu valor máximo, mas o bloco continua em repouso, dizemos que o bloco está na iminência de movimento.

A experiência mostra que o módulo da força máxima de atrito estático é dado por:

$$\vec{F}_{at,m\acute{a}x} = \mu_e N \quad (II)$$

onde N é a intensidade da força normal exercida entre os corpos em contato e μ_e depende ao material de que é feito cada corpo em contato, bem como do estado de polimento e lubrificação, mas não depende (aproximadamente) da área da superfície de contato.

Podemos observar que a fórmula (II) é semelhante à fórmula que nos dá a força de atrito dinâmico ($F_{at} = \mu_d \cdot N$). No entanto, os coeficientes μ_e e μ_d em geral são diferentes. Mostra a experiência que, para cada par de corpos em contato, temos:

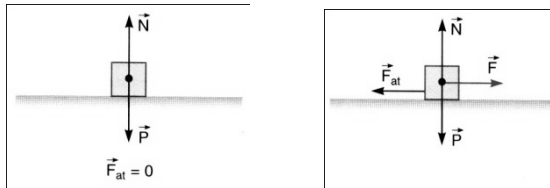
$$\mu_e > \mu_d$$

Porém, às vezes, a diferença entre eles é tão pequena que podemos considerá-los iguais e representar a ambos por μ :

$$\mu_e = \mu_d = \mu \quad (\text{em alguns casos})$$

Exemplo:

Consideremos um bloco de massa $m = 6,0 \text{ kg}$, inicialmente em repouso sobre uma superfície plana horizontal com atrito, num local em que $g = 10 \text{ m/s}^2$. Sejam $\mu_e = 0,40$ e $\mu_d = 0,30$ os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre o bloco e a superfície horizontal. Na situação da figura abaixo, a força de atrito é nula. Apliquemos ao bloco uma força horizontal $\vec{F}$ de intensidade crescente, a partir de zero.



Para $F > 0$, o bloco passa a sofrer a ação de uma força de atrito $\vec{F}_{at}$, de sentido oposto ao de $\vec{F}$. Para que o bloco saia do repouso, é necessário que F supere a máxima força de atrito estático ($F_{at,Max}$), a qual é dada por:

$$F_{at,m\acute{a}x} = \mu_e \cdot N, \text{ onde:}$$

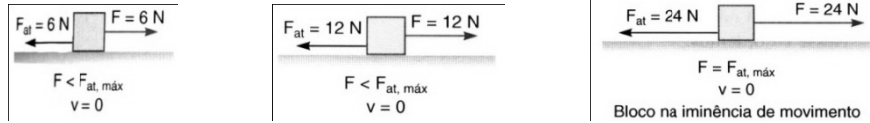
$$N = P = m \cdot g = (6,0)(10)$$

$$N = 60 \text{ newtons. Sendo assim:}$$

$$F_{at,m\acute{a}x} = \mu_e \cdot N = (0,40)(60)$$

$$F_{at,m\acute{a}x} = 24 \text{ newtons}$$

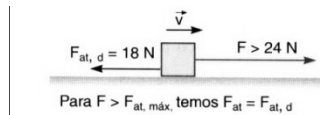
Portanto, para que o bloco entre em movimento devemos ter $F > 24\text{ N}$. Suponhamos que $F = 6,0\text{ N}$. Nesse caso, temos $F < F_{at,max}$ e, portanto, o bloco não entra em movimento: $F = F_{at} = 6,0\text{ N}$. Suponhamos agora que $F = 12\text{ N}$. Ainda temos $F < F_{at,max}$ e, portanto, o bloco não entra em movimento: $F = F_{at} = 12\text{ N}$. Aumentemos a intensidade de $\vec{F}$ para $F = 24\text{ N}$. Nesse caso, temos $F = F_{at,max}$ e, assim, o bloco permanece em repouso, mas está na iminência de movimento, isto é, qualquer aumento na intensidade de $\vec{F}$ fará com que o bloco entre em movimento.



Podemos ver, então, que para $0 \leq F \leq 24\text{ N}$, o bloco permanece em repouso e, em cada caso, $F_{at} = F$. Aumentemos a intensidade de $\vec{F}$ para um valor $F > 24\text{ N}$. Agora o bloco entra em movimento e a força de atrito passa a ser a força de atrito dinâmico ($F_{at,d}$) dada por:

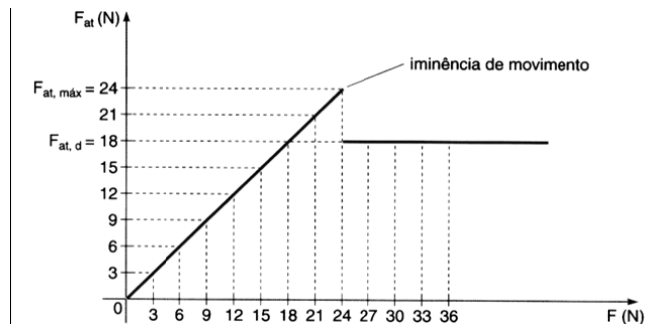
$$F_{at,d} = \mu_d \cdot N = (0,30)(60)$$

$$F_{at,d} = 18\text{ N}$$



Para $F > 24\text{ N}$, a força de atrito não varia mais, independentemente da velocidade. A figura abaixo nos dá o gráfico do módulo de $\vec{F}_{at}$ em função do módulo de $\vec{F}$, para esta experiência.

Vemos então que, após iniciado o movimento, a força de atrito é menor que o máximo valor de $\vec{F}_{at}$, enquanto o bloco estava em repouso; isso sempre ocorre quando $\mu_e > \mu_d$. Suponhamos que, após iniciado o movimento, diminuamos o valor de F para $F = 21\text{ N}$, por exemplo. Essa força não foi suficiente para tirar o bloco do repouso, mas é suficiente para manter o movimento, pois a força de atrito dinâmico vale apenas 18 N .



Da noção de iminência de movimento podemos estabelecer um método experimental simples para a determinação do coeficiente de atrito estático. Inclinaamos aos poucos o plano de apoio até o instante em que o corpo fique na iminência de escorregar. Quando o corpo está na iminência de escorregar, a força de atrito atinge seu valor máximo:

$$F_{at \max} = \mu_e N = \mu_e P \cos \theta$$

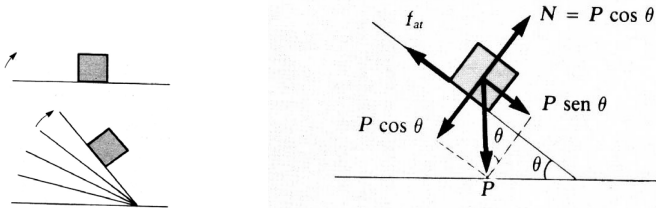
Estando o corpo em equilíbrio, decorre que $f_{at \max}$ e $P \sin \theta$ devem ser iguais:

$$f_{at \max} = P \sin \theta$$

$$\mu_e P \cos \theta = P \sin \theta$$

$$\mu_e = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\mu_e = \operatorname{tg} \theta$$



Conhecendo o ângulo θ do plano com a horizontal, quando o corpo se encontra na iminência de escorregar teremos determinado o coeficiente de atrito estático pela expressão:

$$\mu_e = \operatorname{tg} \theta$$

Reunindo as conclusões obtidas sobre a força de atrito entre sólidos em contato, temos:

corpo em repouso: $0 \leq f_{at} \leq \mu_e N$

corpo em movimento: $f_{at} = \mu_d N$

Resistência dos Fluidos

Quando um corpo se move no interior de um fluido (líquido ou gás), sofre a ação de uma força ($\vec{F}_r$) que tem sentido oposto ao do movimento do corpo em relação ao fluido. Essa força pode ser chamada de força de atrito fluido, força de atrito viscoso ou, simplesmente, força de resistência do fluido. Experimentalmente obtém-se que sua intensidade é dada por:

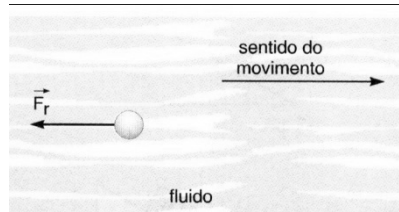
$$F_r = k \cdot v^n$$

onde:

v é o módulo da velocidade do corpo em relação ao fluido;

n é uma constante que depende da ordem de grandeza da velocidade e do tamanho do corpo; para a maioria dos casos temos $n=1$ ou $n=2$;

k é uma constante que depende da natureza do fluido (bem como de sua temperatura e densidade), do formato do corpo e da área da maior seção reta do corpo, perpendicular à direção do movimento (quanto maior essa área, maior o valor de k).



Observação: Quando um corpo está no interior de um fluido, além da força de atrito viscoso (que só existe quando o corpo está em movimento em relação ao fluido), o fluido aplica ao corpo uma outra força (que existe mesmo quando o corpo está parado), denominada empuxo (E). Esse empuxo tem sentido oposto ao da aceleração da gravidade e módulo dado por:

$$E = d \cdot V \cdot g$$

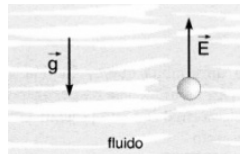
onde:

g é o módulo da aceleração da gravidade;

V é o volume do corpo;

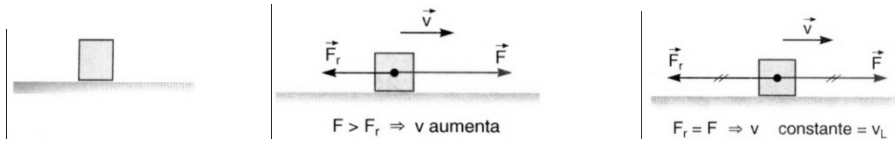
D é a densidade do fluido.

Assim, desde que a densidade de fluido seja pequena em comparação com a densidade do corpo, o empuxo pode ser desprezado; é o caso, por exemplo, de um corpo movendo-se no ar. No volume de Terminologia faremos o estudo detalhado do empuxo. Por enquanto, vamos nos limitar a considerar exercícios onde o empuxo possa ser desprezado.



Exemplo:

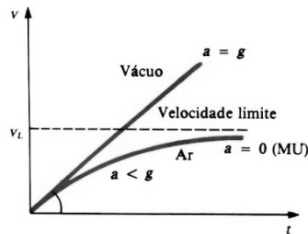
Consideremos um bloco inicialmente em repouso sobre uma superfície plana horizontal e sem atrito. Apliquemos então ao bloco uma força horizontal $\vec{F}$ de intensidade constante. Não havendo atrito com a superfície de apoio, o bloco entra em movimento. Porém, supondo que a experiência seja feita em presença do ar, assim que se inicia o movimento aparece uma força da resistência do ar, de sentido oposto ao de $\vec{F}$ e de módulo $F_r = k \cdot v^n$. Assim, à medida que v aumenta, F_r também aumenta. Há então um instante em que F_r torna-se igual a F . A partir desse instante, a resultante das forças que atuam no bloco torna-se nula e a velocidade fica constante. Essa velocidade é denominada velocidade limite ou velocidade terminal e é indicada por v_L .



O gráfico do módulo v da velocidade em função do tempo tem o aspecto da figura abaixo.

No instante em que a velocidade limite é atingida, temos $F_r = F$, isto é, $k \cdot v_L^n = F$, ou

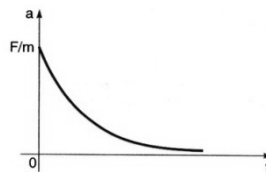
$$v_L = \sqrt[n]{\frac{F}{k}}$$



Sendo a o módulo da aceleração do bloco, temos (pela Segunda Lei de Newton):

$$F - F_r = m \cdot a \quad \text{ou} \quad a = \frac{F - F_r}{m} = \frac{F - kv^n}{m}$$

Assim, o módulo de a é variável (pois F_r varia). No instante inicial de aplicação de $\vec{F}$, a velocidade é nula e, assim, $a = \frac{F}{m}$; no instante em que $F_r = F$, teremos $a = 0$ e o gráfico de a em função do tempo tem o aspecto da figura abaixo.



Exemplo: Suponhamos um caso em que a força de resistência de um fluido seja dada por $F_r = k \cdot v^2$. Vamos verificar qual é a unidade de k no Sistema Internacional de Unidades. De

$F_r = k \cdot v^2$, tiramos $k = \frac{F_r}{v^2}$. No Sistema Internacional, a unidade de força é o Newton (N) e a

unidade de velocidade é m/s . Assim:

$$\text{Unidade de } k = \frac{N}{\left(\frac{m}{s}\right)^2} = \frac{N \cdot s^2}{m^2} \quad (I)$$

Poderíamos dar a unidade de k de outro modo, lembrando que força = (massa) · (aceleração). Assim:

$$N = kg \cdot m / s^2$$

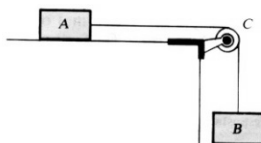
Substituindo em (I), temos:

$$\text{Unidade de } k = \frac{(kg \cdot m / s^2)}{m^2} = \frac{kg}{m}$$

Exercícios Resolvidos

01. Dois corpos A e B de massa m_A e $m_B = 2\text{kg}$ estão ligados por $m_A = 1\text{kg}$ e $m_B = 2\text{kg}$ estão ligados por uma corda de peso desprezível que passa sem atrito pela polia C. Entre A e o apoio existe atrito de coeficiente $\mu_d = 0,5$.

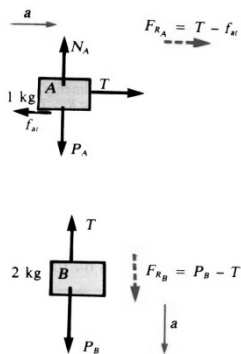
Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determine:



- a) a aceleração dos corpos; b) a tração do fio.

Solução:

- a) As forças que atuam em cada corpo estão indicadas nas figuras:



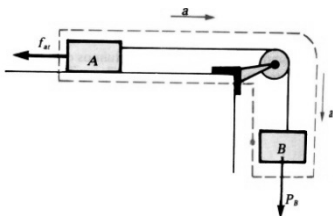
Corpo A: $m_A = 1\text{kg}$; $P_A = m_A \cdot g = 10\text{N}$

$$N_A = P_A = 10 \text{ N}$$

$$F_{at} = \mu_d N_A = 0,5 \cdot 10 = 5\text{N}$$

Corpo B: $m_B = 2\text{kg}$; $P_B = m_B \cdot g = 20 \text{ N}$

Pela equação fundamental da Dinâmica:



$$\vec{F}_R = m\vec{a}$$

corpo A: (+) $T - f_{at} = m_A \cdot a$

corpo B: $P_B - T = m_B \cdot a$

$$P_B - f_{at} = (m_A + m_B) \cdot a \therefore$$

$$a = 5 \text{ m/s}^2$$

b) Substituindo na primeira equação:

$$T - f_{at} = m_A a \therefore T - 5 = 1 \cdot 5 \therefore$$

$$T = 10 \text{ N}$$

Observação:

A aceleração pode ser determinada considerando-se os dois corpos como um sistema. A força favorável ao movimento é $P_B = 20 \text{ N}$ e a força resistente é $f_{at} = 5 \text{ N}$ em A. Daí, para o sistema de massa total $m_A + m_B$:

$$P_B - f_{at} = (m_A + m_B) a$$

$$20 - 5 = (1 + 2) a \therefore$$

$$a = 5 \text{ m/s}^2$$

Exercícios Propostos

01. (Mackenzie 1996) O bloco de massa m , representado na figura a seguir, é lançado no ponto A de uma superfície plana com velocidade horizontal $\vec{v}$, parando no ponto B a uma distância d de A. Sendo g a aceleração da gravidade, o valor do coeficiente de atrito cinético μ entre o bloco e a superfície é:

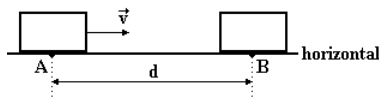
a) $2.v^2 / g.d$

b) $2.g.d / v^2$

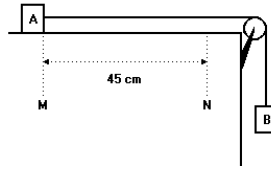
c) $v^2 / 2.g.d$

d) $g.d / 2.v^2$

e) $v^2 / g.d$



02. (Mackenzie 1996) No sistema a seguir, o fio e a polia são ideais. Ao se abandonarem os blocos, A vai do ponto M para o N em 1,5s. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco A e a superfície de apoio é:



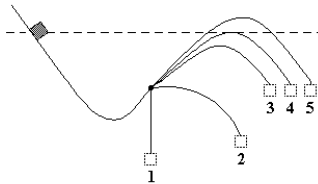
Dados:

Massa do bloco A = 8 kg

Massa do bloco B = 2 kg

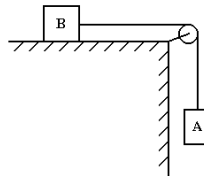
$g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) 0,1 d) 0,4
b) 0,2 e) 0,5
c) 0,3
03. (UFPE 1995) Um corpo desce uma rampa partindo do repouso da posição indicada na figura a seguir. Considerando que existe atrito entre o corpo e a superfície da rampa, indique quais das trajetórias mostradas são fisicamente possíveis.

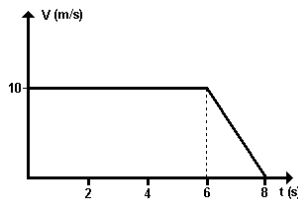


- a) 1 e 3 d) 2 e 4
b) 3 e 4 e) 3 e 5
c) 2 e 3
04. (UFPE 1996) A figura a seguir mostra dois blocos em repouso. O coeficiente de atrito estático entre o bloco B, de massa 30kg, e a superfície de apoio é 0,6. Considere que a polia e o fio são ideais. Qual o maior valor, em kg, da massa do bloco A para que o sistema permaneça em repouso?

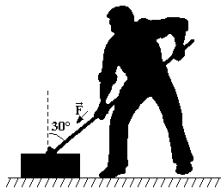
Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$



05. (Fuvest 1994) O gráfico velocidade contra tempo, mostrado adiante, representa o movimento retilíneo de um carro de massa $m = 600\text{kg}$ numa estrada molhada. No instante $t = 6\text{s}$ o motorista vê um engarrafamento à sua frente e pisa no freio. O carro, então, com as rodas travadas, desliza na pista até parar completamente. Despreze a resistência do ar.

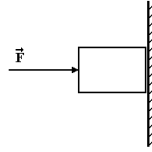


- a) Qual é o coeficiente de atrito entre os pneus do carro e a pista?
 b) Qual o trabalho, em módulo, realizado pela força de atrito entre os instantes $t = 6\text{s}$ e $t = 8\text{s}$?
06. (Fuvest 1995) Uma locomotiva de massa M está ligada a um vagão de massa $2M/3$, ambos sobre trilhos horizontais e retilíneos. O coeficiente de atrito estático entre as rodas da locomotiva e os trilhos é μ , e todas as demais fontes de atritos podem ser desprezadas. Ao se por a locomotiva em movimento, sem que suas rodas patinem sobre os trilhos, a máxima aceleração que ela pode imprimir ao sistema formado por ela e pelo vagão vale:
- a) $3\mu g/5$ d) $3\mu g/2$
 b) $2\mu g/3$ e) $5\mu g/3$
 c) μg
07. (Unicamp 1991) Um carro de 800kg andando a 108km/h , freia bruscamente e pára em $5,0\text{s}$.
- a) Qual é a aceleração do carro?
 b) Qual o valor da força de atrito que atua sobre o carro?
08. (Fuvest 1996) Tenta-se, sem sucesso, deslocar uma caixa de peso $P = 50\text{N}$, em repouso sobre um plano horizontal com atrito, aplicando-lhe uma força $F = 200\text{N}$, na direção da haste. Despreze a massa da haste.



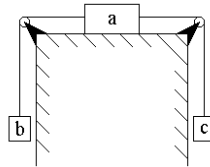
- a) Faça um esquema de todas as forças que agem sobre a caixa e identifique claramente a origem de cada uma delas. Escreva o valor, em N , da resultante dessas forças (FR).
 b) Qual o valor da força de atrito entre a caixa e o plano (em N)?
 c) Qual o valor mínimo do coeficiente de atrito?

09. (UFMG 1994) Nessa figura, está representado um bloco de $2,0\text{kg}$ sendo pressionado contra a parede por uma força $\vec{F}$. O coeficiente de atrito estático entre esses corpos vale $0,5$, e o cinético vale $0,3$. Considere $g = 10\text{m/s}^2$.

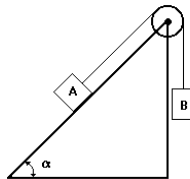


Se $F = 50\text{N}$, então a reação normal e a força de atrito que atuam sobre o bloco valem, respectivamente,

- a) 20N e $6,0\text{N}$. b) 20N e 10N . c) 50N e 20N .
d) 50N e 25N . e) 70N e 35N .
10. (FEI 1994) No sistema a seguir, sabe-se que a massa do corpo "b" é $m_b = 20\text{kg}$ a massa do corpo "a" é $m_a = 200\text{kg}$ e o coeficiente de atrito entre o corpo "a" e a mesa é $0,20$. Os fios são inextensíveis e o atrito e inércia das roldanas desprezíveis. Qual deve ser o valor mínimo da massa do corpo "c" (m_c) para que o sistema possa adquirir movimento?



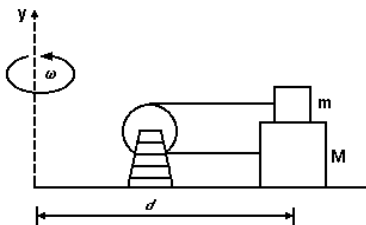
- a) $m_c = 20\text{ kg}$ b) $m_c = 30\text{ kg}$ c) $m_c = 40\text{ kg}$
d) $m_c = 50\text{ kg}$ e) $m_c = 60\text{ kg}$
11. (Vunesp 1989) No sistema a seguir, A tem massa $m_A = 10\text{kg}$. B tem massa $m_B = 15\text{kg}$. $\alpha = 45^\circ$.



Qual será o coeficiente de atrito entre as superfícies em contacto, do corpo A com o plano, para que o corpo se desloque com movimento uniforme?

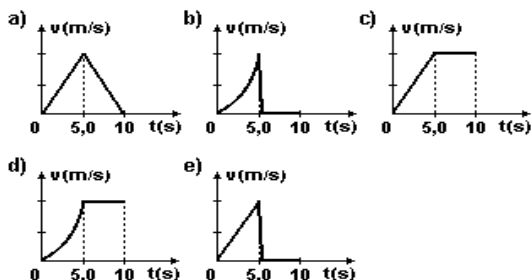
Observações: $g = 10\text{m/s}^2$; o peso da corda, o atrito no eixo da roldana e a massa da roldana são desprezíveis.

12. (IME 1996) Uma mesa giratória tem velocidade angular constante ω , em torno do eixo y . Sobre esta mesa encontram-se dois blocos, de massa m e M , ligados por uma corda inelástica que passa por uma roldana fixa à mesa, conforme a figura a seguir. Considerando que não existe atrito entre a mesa e o bloco M , determine o coeficiente de atrito mínimo entre os dois blocos para que não haja movimento relativo entre eles. Considere d a distância dos blocos ao eixo de rotação. Despreze as massas da roldana e da corda.

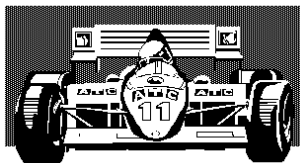


13. (Vunesp 2001) Uma moeda está deitada, em cima de uma folha de papel, que está em cima de uma mesa horizontal. Alguém lhe diz que, se você puxar a folha de papel, a moeda vai escorregar e ficar sobre a mesa. Pode-se afirmar que isso
- sempre acontece porque, de acordo com o princípio da inércia, a moeda tende a manter-se na mesma posição em relação a um referencial fixo na mesa.
 - sempre acontece porque a força aplicada à moeda, transmitida pelo atrito com a folha de papel, é sempre menor que a força aplicada à folha de papel.
 - só acontece se o módulo da força de atrito estático máxima entre a moeda e o papel for maior que o produto da massa da moeda pela aceleração do papel.
 - só acontece se o módulo da força de atrito estático máxima entre a moeda e o papel for menor que o produto da massa da moeda pela aceleração do papel.
 - só acontece se o coeficiente de atrito estático entre a folha de papel e a moeda for menor que o coeficiente de atrito estático entre a folha de papel e a mesa.
14. (UFF 2000) Um bloco, inicialmente em repouso sobre um plano horizontal, é puxado por uma força F , constante e paralela ao plano. Depois de o bloco percorrer uma distância x , a força F deixa de atuar. Observa-se que o bloco pára a uma distância $3x$ à frente da posição onde a força F cessou. Indicando-se por F_{at} a força de atrito cinético entre o bloco e o plano, tem-se que a razão F/F_{at} é:
- $\frac{1}{4}$
 - $\frac{1}{2}$
 - 2
 - 3
 - 4

15. (UFF 2000) Um bloco encontra-se, inicialmente, em repouso sobre um plano horizontal. Uma força F , paralela ao plano, passa a atuar sobre o bloco; o módulo de F é constante e duas vezes maior que o da força de atrito cinético entre o plano e o bloco. Após 5,0s cessa a atuação de F . O gráfico que melhor representa como a velocidade do bloco varia em função do tempo é:



16. (Fuvest 1999) Um veículo para competição de aceleração (drag racing) tem massa $M = 1100\text{kg}$, motor de potência máxima $P = 2,64 \times 10^6\text{W}$ (~ 3.500 cavalos) e possui um aerofólio que lhe imprime uma força aerodinâmica vertical para baixo, F_A , desprezível em baixas velocidades. Tanto em altas quanto em baixas velocidades, a força vertical que o veículo aplica à pista horizontal está praticamente concentrada nas rodas motoras traseiras, de 0,40m de raio. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico, entre os pneus e a pista, são iguais e valem $\mu = 0,50$.

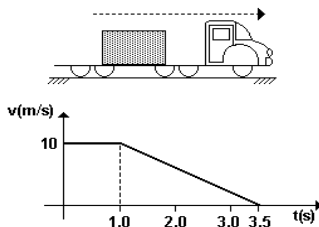


Determine:

- A máxima aceleração do veículo quando sua velocidade é de 120m/s , (432km/h), supondo que não haja escorregamento entre as rodas traseiras e a pista. Despreze a força horizontal de resistência do ar.
- O mínimo valor da força vertical F_A , aplicada ao veículo pelo aerofólio, nas condições da questão anterior.
- A potência desenvolvida pelo motor no momento da largada, quando: a velocidade angular das rodas traseiras é $\omega = 600\text{rad/s}$, a velocidade do veículo é desprezível e as rodas estão escorregando (derrapando) sobre a pista.

17. (UFRJ 1999) Um caminhão está se deslocando numa estrada plana, retilínea e horizontal. Ele transporta uma caixa de 100kg apoiada sobre o piso horizontal de sua carroceria, como mostra a figura 1.

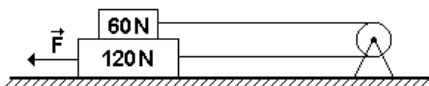
Num dado instante, o motorista do caminhão pisa o freio. A figura 2 a seguir representa, em gráfico cartesiano, como a velocidade do caminhão varia em função do tempo.



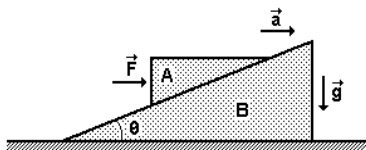
O coeficiente de atrito estático entre a caixa e o piso da carroceria vale $0,30$. Considere $g = 10\text{ m/s}^2$.

Verifique se, durante a frenada, a caixa permanece em repouso em relação ao caminhão ou desliza sobre o piso da carroceria. Justifique sua resposta.

18. (UnB 1996) Na figura adiante, o coeficiente de atrito cinético entre o bloco de 120 N e a superfície do plano é igual a $0,4$, e é igual a $0,2$ entre os dois blocos. O atrito na polia e a massa da corda que une os dois blocos são desprezíveis. Calcule, em newtons, o módulo da força $\vec{u}$ necessária para provocar um movimento uniforme no bloco inferior, desconsiderando a parte fracionária do resultado, caso exista.

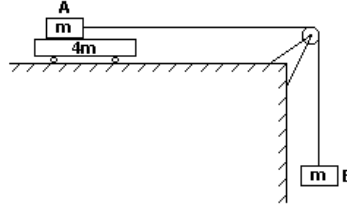


19. (Fuvest 1998) Duas cunhas A e B , de massas M_A e M_B respectivamente, se deslocam juntas sobre um plano horizontal sem atrito, com aceleração constante $\vec{a}$, sob a ação de uma força horizontal $\vec{F}$ aplicada à cunha A , como mostra a figura. A cunha A permanece parada em relação à cunha B , apesar de não haver atrito entre elas:



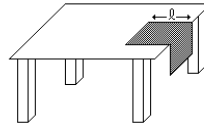
- Determine a intensidade da força $\vec{F}$ aplicada à cunha A .
- Determine a intensidade da força vetorial N , que a cunha B aplica à cunha A .
- Sendo θ o ângulo de inclinação da cunha B , determine a tangente de θ .

20. (Vunesp 1997) Dois blocos, A e B ambos de massa m , estão ligados por um fio leve e flexível, que passa por uma polia de massa desprezível, que gira sem atrito. O bloco A está apoiado sobre um carrinho de massa $4m$, que pode se deslocar sobre a superfície horizontal sem encontrar qualquer resistência. A figura a seguir mostra a situação descrita.



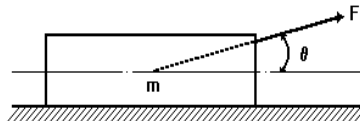
Quando o conjunto é liberado, B desce e A se desloca com atrito constante sobre o carrinho, acelerando-o. Sabendo que a força de atrito entre A e o carrinho, durante o deslocamento, equivale a $0,2$ do peso de A (ou seja, Força de atrito $= 0,2mg$) e fazendo $g = 10\text{m/s}^2$, determine:

- a) a aceleração do carrinho; b) a aceleração do sistema constituído por A e B.
21. (UFF 1997) Um pano de prato retangular, com 60 cm de comprimento e constituição homogênea, está em repouso sobre uma mesa, parte sobre sua superfície, horizontal e fina, e parte pendente como mostra a figura a seguir.



Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre a superfície da mesa e o pano é igual a $0,5$ e que o pano está na iminência de deslizar, pode-se afirmar que o comprimento ℓ da parte sobre a mesa é:

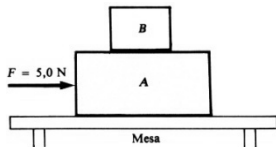
- a) 40 cm b) 20 cm c) 15 cm
d) 60 cm e) 30 cm
22. (FEI 1996) Sabendo-se que o coeficiente de atrito entre o bloco de massa 5 kg e o plano é $\mu = 0,2$ qual é a força de atrito quando $F = 50\text{ N}$?



$$\theta = 30^\circ$$

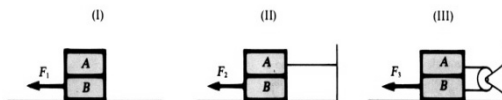
- a) 5 N b) 10 N c) 50 N d) 0 e) 100 N

23. (Unicamp SP) Considere, na figura abaixo, dois blocos A e B, de massas conhecidas ambos em repouso:

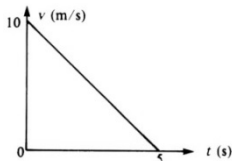


Uma força $F = 5,0 \text{ N}$ é aplicada no bloco A, que permanece em repouso. Há atrito entre o bloco A e a mesa, e entre os blocos A e B.

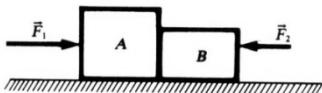
- a) O que acontece com o bloco B?
 b) Reproduza a figura, indicando as forças horizontais (sentido, módulo e onde estão aplicadas) que atuam sobre os blocos A e B.
24. (ITA SP) Os blocos A e B da figura têm massa m . O coeficiente de atrito entre todas as superfícies é μ . A força $\vec{F}_1$ imprime ao bloco B da figura (I) velocidade uniforme. Calcule as relações F_2 / F_1 e F_3 / F_1 , onde F_2 é a força indicada na figura (II) e F_3 é indicada na figura (III), para que o bloco B nessas figuras tenha velocidade constante.



25. (U. Mackenzie SP) Um corpo é lançado sobre uma superfície plana, horizontal e rugosa com velocidade de 10 m/s . A velocidade desse corpo varia com o tempo de acordo com o gráfico. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$. O coeficiente de atrito entre o bloco e a superfície de apoio é:



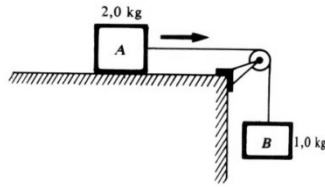
- a) 0,2 b) 0,4 c) 0,5 d) 0,7 e) 0,8
26. (Fatec SP) $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são forças horizontais de intensidade 30 N e 10 N respectivamente, conforme a figura. Sendo a massa de A igual a 3 kg , a massa de B igual a 2 kg , $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $0,3$ o coeficiente de atrito dinâmico entre os blocos e a superfície, a força de contato entre os blocos tem intensidade:



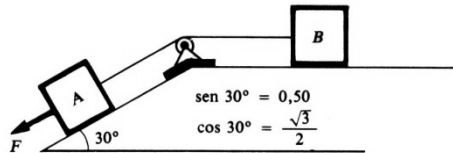
- a) 24 N b) 30 N c) 40 N d) 10 N e) 18 N

27. A condição para que o sistema se movimente, no sentido indicado, com velocidade constante é que:
- o peso de B seja maior que o de A .
 - o peso de B seja igual ao de A .
 - o coeficiente de atrito entre A e o plano seja igual a $0,5$.
 - o coeficiente de atrito entre A e o plano seja menor do que $0,5$.
 - nenhuma das anteriores.

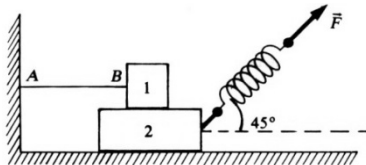
(Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$)



28. (IME RJ) No plano inclinado da figura, os corpos A e B , cujos pesos são de 200 N e 400 N , respectivamente, estão ligados por um fio que passa por uma polia lisa. O coeficiente de atrito entre os corpos e os planos é $0,25$. Para que o movimento se torne iminente, deve ser aplicada ao corpo A uma força F de:



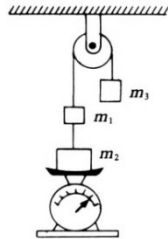
- $25\sqrt{2} \text{ N}$
 - $25\sqrt{3} \text{ N}$
 - $50\sqrt{3} \text{ N}$
 - 50 N
 - $50\sqrt{2} \text{ N}$
29. (FEI SP) Na figura temos: o fio AB é inextensível e horizontal, a massa do corpo 1 é $m_1 = 5 \text{ kg}$, a massa do corpo 2 é $m_2 = 10 \text{ kg}$, a mola tem constante elástica $k = 1000 \text{ N/m}$, o coeficiente de atrito entre os corpos 1 e 2 e entre o corpo 2 e a pista horizontal é $\mu = 0,1$. Se a mola é deformada de 10 cm , a aceleração adquirida pelo corpo 2 é em m/s^2 (adotar a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$):



- $5,7$
- $8,0$
- $5,0$
- $4,5$
- nula

(UFRS) Instrução: os testes de número 30 e 31 referem-se à situação que segue. Três blocos, de massas $m_1 = 1\text{ kg}$, $m_2 = 5\text{ kg}$ e $m_3 = 3\text{ kg}$, encontram-se em repouso num arranjo como o representado na figura. Considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 e desconsidere eventuais forças de atrito.

30. Qual é a leitura da balança?

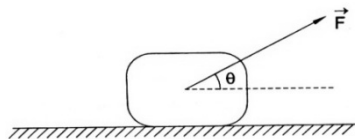


- a) 20 N b) 30 N c) 40 N
d) 50 N e) 60 N

31. Se a corda fosse cortada entre as massas m_1 e m_2 , a aceleração do sistema formado pelas massas m_1 e m_3 seria, em m/s^2 :

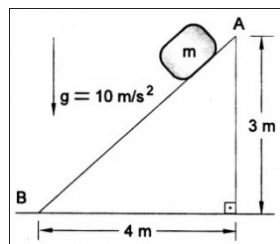
- a) 10 b) 7,5 c) 6 d) 5 e) 1

32. Um bloco de massa $m = 110\text{ kg}$ está inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal, num local em que $g = 10\text{ m/s}^2$. O coeficiente de atrito estático entre corpo e plano é $\mu = 0,5$. Determinar as possíveis intensidades de $\vec{F}$ aplicada ao corpo, como mostra a figura, capazes de move-lo, sabendo-se que $\sin \theta = 0,6$

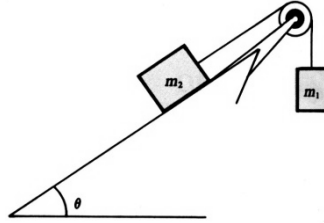


33. Um corpo movimenta-se sobre um plano AB rugoso conforme ilustra a figura. A massa do corpo é $m = 2\text{ kg}$ e o coeficiente de atrito entre corpos é $\mu = 0,5$.

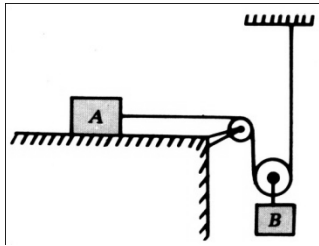
Determine a intensidade da força F paralela ao plano AB que deverá ser aplicada ao corpo para fazê-lo descer com velocidade constante.



34. (U.Mackenzie SP) Um corpo de massa m_2 está num plano inclinado ligado por uma corda fina, flexível, inextensível e sem peso a um corpo de massa m_1 . A corda passa por uma roldana sem peso e sem atrito. O coeficiente de atrito entre m_2 e o plano é 0,2 e a massa m_2 vale 4 vezes a massa m_1 . (Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin \theta = 0,6$ e $\cos \theta = 0,8$, onde θ é o ângulo de inclinação do plano horizontal.)

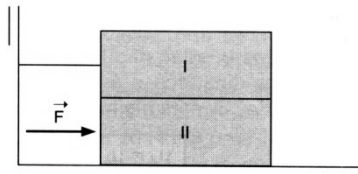


- a) O sistema permanecerá em repouso ou entrará em movimento?
 b) Se houver movimento, que sentido terá a aceleração de m_1 e qual o seu valor?
35. Na figura os fios e as polias são ideais e não há atrito entre o corpo A e o plano horizontal. Os corpos A e B de massas $m_A = 0,50 \text{ kg}$ e $m_B = 2,0 \text{ kg}$, respectivamente, são abandonados do repouso. Determine os módulos das acelerações de A e B. (Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

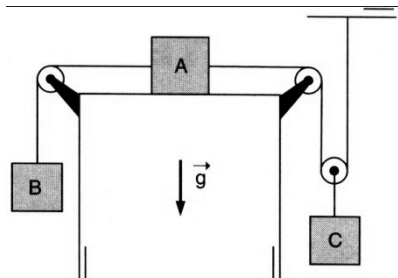


36. (Vunesp SP) Na figura, o bloco I repousa sobre o bloco II, sendo que I está preso por uma corda a uma parede; $m_I = 3,0 \text{ kg}$ e $m_{II} = 6,0 \text{ kg}$. O coeficiente de atrito cinético entre I e II é 0,10 e entre II e o plano é 0,20. Qual deve ser a intensidade da força $\vec{F}$ que, aplicada em II, desloca esse bloco com aceleração de $2,0 \text{ m/s}^2$?

$$(g = 10 / \text{ms}^2)$$



37. (PUC SP) As polias e os fios do sistema da figura têm peso desprezível, sendo os fios inextensíveis. Os atritos são nulos, exceto entre o corpo **A** e o plano de apoio, onde o coeficiente de atrito vale $\mu_d = 0,20$. O corpo **A** pesa 20 N e **B** pesa 10 N .



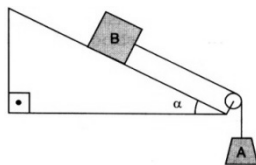
Qual o intervalo de variação do peso do corpo **C**, para que o sistema fique em equilíbrio?

38. (Unicamp SP) Abandona-se, de uma altura muito grande, um objeto de massa m , que então cai verticalmente. O atrito com o ar não é desprezível; sobre o objeto atua uma força resistiva proporcional ao quadrado da velocidade: $F_r = kv^2$.

- Faça um diagrama das forças atuando sobre o objeto durante a queda.
- Depois de um longo tempo, o objeto atinge uma velocidade constante. Calcule o valor desta velocidade.

Dados: $m = 4,0\text{ kg}$ e $k = 2,5\text{ kg/m}$

39. (Mack SP) A ilustração abaixo refere-se a uma certa tarefa na qual bloco **B**, dez vezes mais pesado que o bloco **A**, deverá descer pelo plano inclinado com velocidade constante. Considerando que o fio e a polia são ideais, coeficiente de atrito cinético entre o bloco **B** e o plano deverá ser:



- a) 0,500 b) 0,750 c) 0,875 d) 1,33 e) 1,50

Dados:

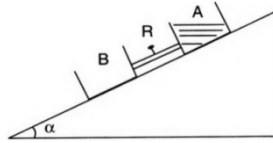
$$\text{Sen } \alpha = 0,6$$

$$\text{Cos } \alpha = 0,8$$

40. (Fuvest SP) As duas forças que agem sobre uma gota de chuva, a força peso e a força devida à resistência do ar, têm mesma direção e sentidos opostos. A partir da altura de 125 m acima do solo, estando a gota com uma velocidade de 8 m/s , essas duas forças passam a ter o mesmo módulo. A gota atinge o solo com a velocidade de:

- a) 8 m/s b) 3 m/s c) 42 m/s
d) 50 m/s e) 58 m/s

41. (PUC MG) A figura abaixo mostra dois recipientes, de massas desprezíveis e interligados. Com o recipiente **A** contendo $4,0 \text{ kg}$ de água e o recipiente **B** vazio, conjunto permanece em repouso sobre o plano inclinado. Abrindo-se o registro, permite-se que parte da água passe, lentamente, para o recipiente **B** até que o conjunto fique na iminência de deslizar. Nessa situação, o quociente m_A / m_B entre as massas de água nos vasos é um valor igual a:

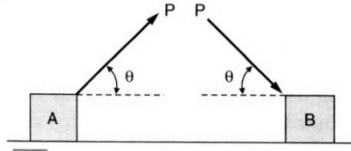


- a) 1 b) 2 c) 3 d) 5 e) 7

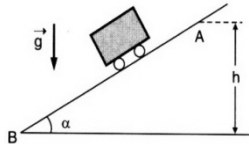
Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\text{sena } \alpha = 0,6$; $\text{cos } \alpha = 0,8$;

coeficientes de atrito estático entre os recipientes e o plano: $A = 0,80$; $B = 0,50$

42. (UnB DF) Dois blocos **A** e **B** estão sujeitos a forças de mesma intensidade **P**, como na figura, sendo que **A** é puxado e **B** empurrado. Os corpos se deslocam com velocidade constante. Suas massas são iguais. Entre qual corpo e a superfície de apoio o coeficiente de atrito é maior?



43. (FAAP SP) Um corpo de $4,0 \text{ kg}$ sobe um plano inclinado, de 45° , em movimento retilíneo e uniforme sob a ação de uma força de tração de $30\sqrt{2} \text{ N}$. Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcular:
- o coeficiente de atrito entre o corpo e o plano;
 - se o corpo parte da base do plano inclinado e sobe $4,0 \text{ m}$ em $2,0 \text{ s}$, e nesse instante o fio que lhe transmite a força de tração é rompido, qual a distância que o corpo ainda percorre plano acima?
44. (Fuvest SP) Um bloco de massa m , montado sobre rodas (para tornar o atrito desprezível), parte do repouso em **A** e leva um tempo t_0 para atingir **B**. A massa das rodas é desprezível. Retirando-se as rodas, verifica-se que o bloco, partindo do repouso em **A**, leva um tempo $2 t_0$ para atingir **B**.

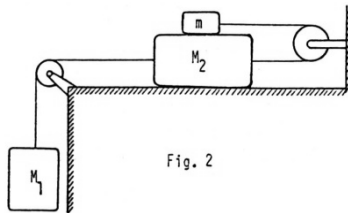


- Determinar o valor de t_0
- Determinar o valor do coeficiente de atrito entre o plano e o bloco (sem rodas), em função α .

45. (ITA 1984) A figura representa uma mesa horizontal de coeficiente de atrito cinético μ_1 sobre a qual se apóia o bloco de massa M_2 . Sobre ele está apoiado o objeto de massa m , sendo μ o coeficiente de atrito cinético entre eles. M_2 e m estão ligados por cabos horizontais esticados, de massa desprezível, que passam por uma roldana de massa desprezível.

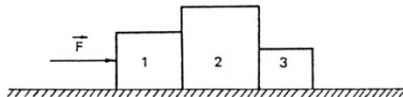
Desprezando-se a resistência do ar e o atrito nas roldanas, podemos afirmar que m se deslocará com velocidade constante em relação a um observador fixo na mesa, se M_1 for tal que:

- a) $M_1 = \mu m$
- b) $M_1 = \mu_1(M_2 + m) + 2\mu m$
- c) $M_1 = \mu_1 M_2 + \mu m$
- d) $M_1 = 2\mu m + 2\mu_1(M_2 + m)$
- e) $M_1 = \mu_1(M_2 + m)$



46. (ITA 1990) A figura ao lado representa três blocos de massas $m_1 = 1,00 \text{ Kg}$, $m_2 = 2,50 \text{ Kg}$ e $m_3 = 0,50 \text{ Kg}$, respectivamente. Entre os blocos e o piso que os apóia existe atrito, cujos coeficientes cinético e estático são respectivamente, $0,10$ e $0,15$, e a aceleração da gravidade vale $10,0 \text{ m/s}^2$. Se ao bloco m_1 for aplicada uma força F horizontal de $10,00 \text{ N}$, pode-se afirmar que a força que o bloco 2 aplica sobre o bloco 3 vale:

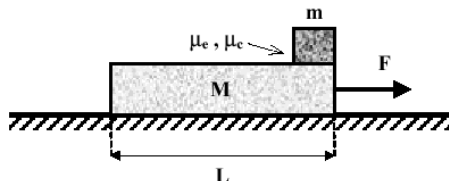
- a) $0,25 \text{ N}$
- b) $10,00 \text{ N}$
- c) $2,86 \text{ N}$
- d) $1,25 \text{ N}$
- e) Nenhuma das anteriores.



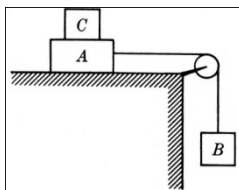
47. (ITA 1995) Dois blocos de massas $m_1 = 3,0 \text{ Kg}$ e $m_2 = 5,0 \text{ Kg}$ deslizam sobre um plano, inclinado de 60° com relação à horizontal, encostados um no outro com o bloco 1 acima do bloco 2. Os coeficientes de atrito cinético entre o plano inclinado e os blocos são $\mu_{1c} = 0,4$ e $\mu_{2c} = 0,6$ respectivamente, para os blocos 1 e 2. Considerando a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, a aceleração a_1 do bloco 1 e a força F_{12} que o bloco 1 exerce sobre o bloco 2 são respectivamente:

- a) $6,0 \text{ m/s}^2$; $2,0 \text{ N}$
- b) $0,46 \text{ m/s}^2$; $3,2 \text{ N}$
- c) $1,1 \text{ m/s}^2$; 17 N
- d) $8,5 \text{ m/s}^2$; 26 N
- e) $8,5 \text{ m/s}^2$; 42 N

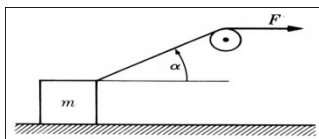
48. (OBF 2001) Na figura a seguir, um bloco de massa M e comprimento L encontra-se inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito. Sobre tal bloco, é colocado um outro de massa m , cujo comprimento é muito menor que L , de modo que este possa ser considerado uma partícula material. Sabe-se que existe atrito entre os blocos, com coeficientes estático e cinético respectivamente denotados por μ_e e μ_c . Considere que sobre o bloco de massa M atua uma força constante e horizontal de módulo F . A força horizontal máxima que pode ser aplicada sobre o bloco de massa M de modo que os blocos não deslizem um sobre o outro é denotada por $F_{\max}$.



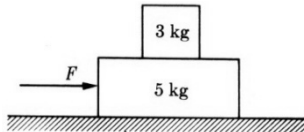
- a) Calcule o módulo da **força máxima** $F_{\max}$ em função de μ_e , M , m e g .
- b) Suponha que $F > F_{\max}$. Para tal situação, calcule o **tempo** que o bloco de massa m leva para perder contato com o bloco de massa M . Expresse o seu resultado em função de L , M , μ_e , μ_c , F e $F_{\max}$.
49. (Alonso & Finn) Na figura adiante, as massas de A e B são, respectivamente, 10 e 5 kg. O coeficiente de atrito de A com a mesa é 0,20. Determine menor valor da massa de C que evita o movimento de A . Calcule a aceleração do sistema para o caso de ser retirado o corpo C .



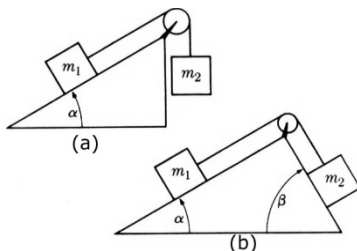
50. (Alonso & Finn) Determine a força de atrito exercida pelo ar num corpo com 0,4 kg de massa que cai com uma aceleração de $9,0 \text{ m.s}^{-2}$.
51. (Alonso & Finn) Determine a aceleração de m na figura a seguir se o coeficiente de atrito como o solo é f . Calcule a força que o solo exerce no corpo. Aplique para $m = 2,0 \text{ kg}$, $f = 0,2$ e $F = 1,5 \text{ N}$.



52. (Alonso & Finn) Um bloco com 3 kg de massa é colocado sobre outro com 5 kg. Admita que não há atrito entre o bloco de 5 kg e a superfície sobre a qual ele repousa. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre os blocos são 0,2 e 0,1, respectivamente.
- Qual a força máxima que, aplicada em qualquer um dos corpos, movimentará o sistema sem que os blocos se desloquem relativamente um ao outro?
 - Qual a aceleração quando a força máxima é aplicada?
 - Qual a aceleração do bloco de 3 kg se a força aplicada ao bloco de 5 kg é maior do que a força máxima? Qual a aceleração do bloco de 3 kg se a força a ele aplicada é maior do que a força máxima?

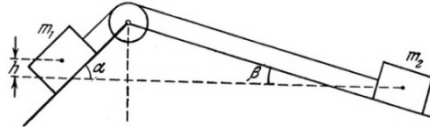


53. (Alonso & Finn) Determine a aceleração com a qual os corpos, nas figuras (a) e (b) abaixo, movem-se e também as tensões nos fios. Admita que os corpos deslizam sem atrito. Resolva os problemas de uma maneira geral, inicialmente, e, em seguida, aplique ao caso $m_1 = 200 \text{ g}$, $m_2 = 180 \text{ g}$. $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$.

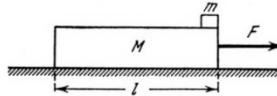


54. (Alonso & Finn) Repita o problema anterior admitindo agora a existência dos coeficientes de atrito f_1 na primeira superfície, e f_2 na segunda. Discuta todos os movimentos possíveis.
55. (Alonso & Finn) Um trem cuja massa é 100 000 kg segue um caminho que se eleva 1 m a cada 200 m de trajeto. A tração do trem é de 40 000 N e sua aceleração é de $0,3 \text{ m.s}^{-2}$. Calcular a força de atrito.
56. (Alonso & Finn) Um corpo com 45 kg de massa é lançado verticalmente com velocidade inicial de 60 m.s^{-1} . A resistência do ar ao movimento do corpo é dado por $F = 3v/100$, onde F é dado em newtons e v é a velocidade do corpo em m.s^{-1} . Calcule o tempo decorrido desde o lançamento até a altitude máxima. Qual a altitude máxima?
57. (Alonso & Finn) Represente num gráfico a velocidade de um corpo que cai através de um fluido viscoso em função do tempo, no caso de a velocidade inicial ser diferente de zero. Considere os casos v_0 maior e menor do que $F/K\eta$. O que acontece quando $v_0 = F/K\eta$.

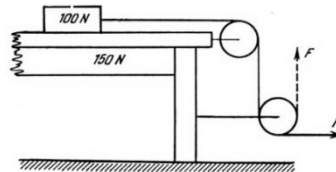
58. (Saraeva 98) Duas cargas com massa m_1 e m_2 estão ligadas através de uma corda que passa por uma roldana. Os planos, nos quais se encontram as cargas, formam com o plano horizontal ângulos α e β . A carga da direita encontra-se em um nível inferior à carga da esquerda em uma grandeza igual a h metros. Decorridos τ segundos, depois de iniciado o movimento, ambas as cargas encontraram-se à mesma altura. Os coeficientes de fricção entre as cargas e os planos são iguais a k . Determinar a relação entre as massas das cargas.



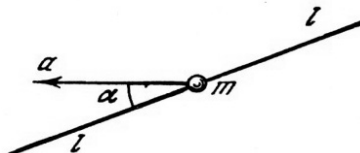
59. (Saraeva 102) Uma barra de massa M está situada em um plano horizontal. Sobre o bloco encontra-se um corpo de massa m . O coeficiente de atrito entre o corpo e o plano é k . Analisar o movimento para diferentes valores da força F .



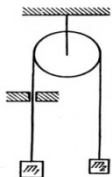
60. (Saraeva 104) Uma mesa com peso $P_1 = 150 \text{ N}$ pode mover-se sem fricção em um piso horizontal. Sobre a mesa está colocado um peso $P_2 = 100 \text{ N}$. Ao peso foi amarrada uma corda, que passa através de duas roldanas fixas na mesma. O coeficiente de fricção entre o peso e a mesa é $k = 0,6$. Com que aceleração a mesa mover-se-á se ao extremo livre da corda for aplicada uma força igual a 80 N ? Considerar dois casos:
- A força está dirigida horizontalmente
 - A força está dirigida verticalmente para cima.



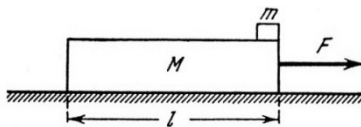
61. (Saraeva 105) Sobre uma barra, de comprimento $2l$, colocada uma conta de massa igual a m . O coeficiente de atrito entre a conta e a barra é igual a k . No momento inicial a conta encontrava-se no meio da barra. A barra desloca-se progressivamente em um plano horizontal com aceleração a em uma direção, que forma um ângulo α com a barra. Determinar a aceleração da conta relativamente à barra, a força de reação por parte da barra sobre a conta e o tempo depois do qual a conta se liberta da barra. Não é necessário considerar a força de gravidade.



62. (Saraeva 95) Uma corda, cujo peso é desprezado, foi colocada numa roldana de eixo fixo e passa através de um orifício. No movimento da corda o orifício atua com uma força de fricção constante F . Nos extremos da corda são colocados pesos, cujas massas são m_1 e m_2 . Determinar a aceleração dos pesos.

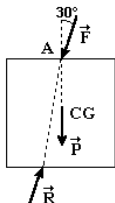


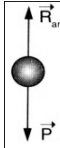
63. (Saraeva 100) Uma montanha de gelo faz com a horizontal um ângulo α igual a 30° . Do cume deixam cair uma pedra a qual durante $t_1 = 2$ segundos percorre a distância $\ell = 16\text{ m}$ e continua caindo. Em que tempo t_2 decorreu o deslizamento da pedra para baixo? Qual é o coeficiente de atrito entre a pedra e a montanha?
64. (Saraeva 101) Uma carreta de massa M move-se sem fricção em trilhos horizontais com uma velocidade v_0 . Na parte dianteira da carreta coloca-se um corpo de massa m . Sua velocidade inicial é igual a zero. Para que comprimento da carreta o corpo não cairá da mesma? As dimensões do corpo em relação ao comprimento da carreta ℓ podem ser desprezadas. O coeficiente de fricção entre o corpo e a carreta é k .
65. (Saraeva 103) Uma barra de massa M está situada num plano horizontal liso, no qual move-se sem fricção. Sobre a barra está colocado um corpo de massa m . O coeficiente de fricção entre o corpo e a barra é k . Para que valor da força F , que atua sobre a barra na direção horizontal, o corpo começa a deslizar sobre a mesma? Decorrido que tempo o corpo cairá da barra, se o comprimento da mesma é igual a l ?



Gabarito

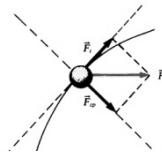
- | | | | |
|--|-----------------------------|----------------|------------|
| 01. c; | 02. b; | 03. α ; | 04. 18 kg; |
| 05. a) 0,5 | b) $3 \cdot 10^4 \text{ J}$ | 06. α ; | |
| 07. a) $6,0 \text{ m/s}^2$, no sentido oposto ao do movimento. | | | |
| b) $4,8 \cdot 10^3 \text{ N}$, no sentido oposto ao do movimento. | | | |
| 08. a) Observe a figura a seguir: | | | |



- b) 100 N c) 0,45
09. c; 10. e; 11. $\mu = 1 - 2\sqrt{2}/3 \approx 0,057$;
12. $\mu = (\omega^2 \cdot d/2g) \cdot (M/m - 1)$;
13. d; 14. e; 15. a;
16. a) 20 m/s² b) $3,3 \cdot 10^4$ N ou 33 kN c) $1,32 \cdot 10^6$ W
17. Para que a caixa permaneça em repouso sobre ao caminhão é necessário que a força de atrito valha 400N, no entanto, comparando com o valor máximo da força de atrito (300N) concluímos que a caixa deslizará sobre a carroceira do caminhão.
18. 96 N; 19. a) $(M_A + M_B) \cdot |\vec{a}|$ b) $\sqrt{[(M_B \cdot |\vec{a}|)^2 + (M_A \cdot \vec{g})^2]}$
c) $M_B \cdot |\vec{a}| / M_A \cdot |\vec{g}|$
20. a) 0,50 m/s² b) 4,0 m/s²
21. a; 22. a; 23. a) permanece em repouso;
- b) 
24. $F_2/F_1 = 1,5$; $F_3/F_1 = 2$. 25. a; 26. e; 27. d.
28. b; 29. a; 30. b; 31. d;
32. $F > 500$ N; 33. 4N; 34. a) entrará em movimento;
b) 1,52 m/s²; para cima
35. $a_A = 10$ m/s², $a_B = 5,0$ m/s² 36. 33N; 37. [12;28]N;
38. a) 
39. c; 40. a; 41. d; 42. a;
43. a) 0,50 b) 0,19
44. a) $\frac{\sqrt{2h/g}}{\sin x}$ b) $\frac{3}{4} \tan x$ 45. b; 46. d; 47. a
48. a) $F_{\max} = (m + M) \cdot \mu_e \cdot g$; b) $t = \{(2LM)/[F - (\mu_e / \mu_c)F_{\max}]\}^{1/2}$
49. 15 kg; g/5; 50. 51.
52. a) 1,6 kgf (15,7 N) b) 0,2 g
c) Em relação ao bloco inferior, o bloco superior terá uma aceleração de 0,1g para trás no primeiro caso e para a frente no segundo.
53. Para (a):
a) $= \frac{g(m_1 \sin \alpha - m_2)}{m_1 + m_2}$, $T = m_2(a + g)$; -2,06m.s-2, 1,39.105 dyn;
- Para (b):
 $a = \frac{g(m_1 \sin \alpha - m_2 \sin \beta)}{m_1 + m_2}$, $T = m_2(a + g \sin \beta)$;
-144 cm.s-2, 1,50.105 dyn

54. 55. $(v_0/g)(1 - \frac{1}{3}x \cdot 10^{-3}) \cong 6,1s$; $(v_0^2/g)(1 - 2,7x \cdot 10^{-4}) \cong 183,6m$
57. 58. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{gt^2(\sin\alpha + \sin\beta)(k\cos\beta + \sin\beta) + 2h}{gt^2(\sin\alpha + \sin\beta)(\sin\alpha - k\cos\alpha) - 2h}$;
59. Se $F \leq k(m + M)g$, não há movimento;
 Se $k(m + M)g < F < 2k(m + M)g$, há ausência de escorregamento do corpo pela barra;
 Se $F > 2k(m + M)g$, o corpo deslizará pela barra;
60. a) $a_1 = \frac{F}{P_1 + P_2}g \approx 3,14 \text{ m/s}^2$; b) $a_1 = \frac{-F + kP_2}{P_1}g \approx -1,31 \text{ m/s}^2$;
61. $a_1 = a(\cos\alpha - k\sin\alpha)$; $N = ma\sin\alpha$ $T = \sqrt{\frac{2l}{a(\cos\alpha - k\sin\alpha)}}$;
62. $a = \frac{(m_1 - m_2)g - F}{m_1 + m_2}$;
63. $k = \frac{2l - gt_1^2 \sin\alpha}{gt_1^2 \cos\alpha} \approx 0,37$; $t_2 = t_1 \sqrt{\frac{l}{gt_1^2 \sin\alpha - l}} = 4,2 \text{ s}$;
64. $l \geq \frac{M_0^2}{2gk(M + m)}$;
65. $F > k(M + m)$; $t = \sqrt{\frac{2lM}{F - kg(M + m)}}$.

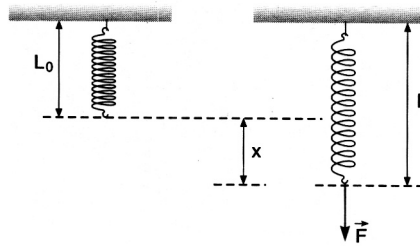
4 Força Elástica Trajetórias Curvas



Força elástica Lei de Hooke

Consideremos uma mola de comprimento natural L_0 , estando fixa uma de suas extremidades, apliquemos à outra extremidade da mola uma força $\vec{F}$ de mesma direção da mola, de modo que seu comprimento aumente para o valor L . A diferença x entre L e L_0 é denominada *deformação* da mola. A experiência mostra que, desde que x não seja muito grande em comparação com L_0 (e esse “muito grande” vai depender de cada mola), a intensidade de $\vec{F}$ é proporcional a x , isto é:

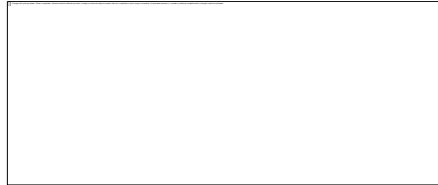
$$F = K \cdot x$$



Onde k é uma constante que depende da mola. Esse resultado é conhecido como **Lei de Hooke**.

A constante k é chamada de *constante elástica da mola* (ou “constante de força da mola”) e sua unidade no SI é o Newton por metro (N/m).

A lei de Hooke vale também para o caso em que a mola é *comprimida* (desde que x não seja “muito grande”).



Sendo a mola alongada ou comprimida, vale a relação:

$$F = k \cdot x$$

Sendo o valor de k o mesmo tanto no alongamento como na compressão de uma mesma mola.

Como $F = k \cdot x$, o gráfico de F em função de x deve ser retilíneo.

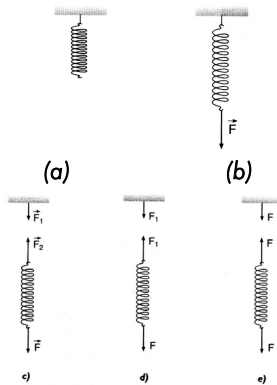


Tanto no caso em que a mola é “esticada” quanto no caso em que é comprimida, ao retirarmos a força $\vec{F}$ que causou a deformação, a tendência da mola é voltar ao seu comprimento inicial; em alguns casos pode acontecer de a mola voltar a um comprimento diferente do seu comprimento inicial, mas nós só consideraremos aqui os casos em que a mola volta rigorosamente ao seu comprimento inicial, ao ser retirada a força $\vec{F}$ que causou a deformação x . Quando isso ocorre e é obedecida a Lei de Hooke, dizemos que a deformação x é *elástica*.

Quando uma força $\vec{F}$ é aplicada na mola, provocando sua deformação, a mola reage com uma força $\vec{F}_{el}$, que é chamada de *força elástica* e está aplicada no “agente” que aplica a força $\vec{F}$; pelo Princípio da Ação e Reação, $\vec{F}$ e $\vec{F}_{el}$ devem ter o mesmo módulo, a mesma direção e sentidos opostos.

A mola ideal

Consideremos uma mola disposta verticalmente, com sua extremidade superior presa a um suporte (Fig. a). Apliquemos à mola uma força vertical $\vec{F}_{el}$ (Fig. b), de modo que o seu comprimento aumente. A mola exerce uma força $\vec{F}_1$ no suporte (Fig c) e este exerce uma força $\vec{F}_2$ na mola. Mas, pelo Princípio da Ação e Reação, devemos ter $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$ (Fig. d). Supondo que a mola esteja em equilíbrio e que sua massa seja desprezível, teremos $F_1 = F$ (Fig. e).



Assim, quando escrevemos

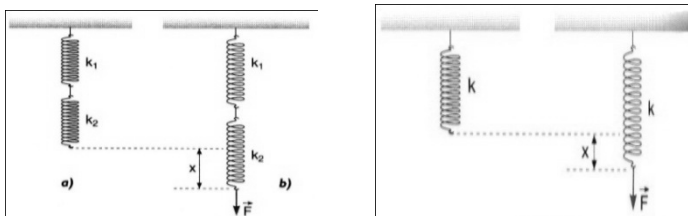
$$F = k \cdot x$$

F é a intensidade de cada uma das duas forças que atuam nas duas extremidades da mola (supondo que sua massa seja desprezível).

Chamamos de mola ideal a uma mola de massa desprezível que obedeça à Lei de Hooke.

Associação de molas em série

Consideremos duas molas ideais, de constantes k_1 e k_2 , associadas em série. Se aplicarmos ao conjunto uma força $\vec{F}$, a deformação do conjunto será x . Chamamos de mola equivalente à associação uma única mola de constante elástica k que, sob a ação da mesma força $\vec{F}$, sofre a mesma deformação x .



Vamos determinar o valor de k em função de k_1 e k_2 .

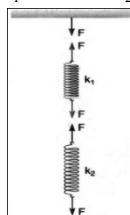
As molas de constantes k_1 e k_2 sofreram deformações x_1 e x_2 tais que:

$$X = x_1 + x_2 \quad (I)$$

Como as molas são ideais, o esquema de forças é o da. Aplicando a Lei de Hook em cada mola, temos:

$$F = k_1 \cdot x_1 \quad \text{e} \quad F = k_2 \cdot x_2$$

$$\text{ou } x_1 = \frac{F}{k_1} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{F}{k_2} \quad (II)$$



Aplicando a Lei de Hook e à mola equivalente temos:

$$F = k \cdot x \quad \text{ou} \quad x = \frac{F}{k} \quad (III)$$

Substituindo (III) e (II) em (I), obtemos:

$$\frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}, \text{ ou:}$$

$$\boxed{\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} \quad (IV)$$

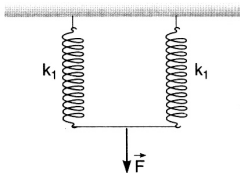
A fórmula (IV) pode ser ampliada para um número maior de molas. Se tivermos, por exemplo, associadas em série três molas ideais de constantes elásticas k_1 , k_2 e k_3 , a constante k da mola equivalente será dada por:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}$$

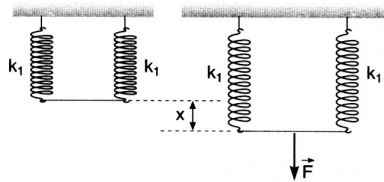
Associação de molas em paralelo

Quando a associação é em paralelo, só tem interesse prático o caso de molas idênticas, isto é, molas que têm o mesmo comprimento natural e a mesma constante elástica.

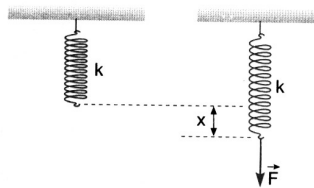
Consideremos duas molas idênticas de constante elástica k_1 , cada uma, associadas em paralelo.



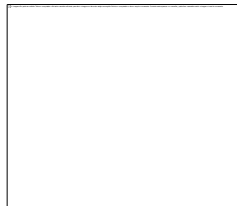
As molas são presas a um mesmo suporte. Se a uma barra de massa desprezível, no centro da qual é aplicada a força $\vec{F}$. Ao aplicarmos a força $\vec{F}$ no centro da barra, o sistema sofrerá uma deformação x , isto é, cada mola sofrerá a mesma deformação x .



Seja k a constante elástica da mola equivalente. Sob a ação da mesma força $\vec{F}$ deverá sofrer a mesma deformação x .



Cada uma das duas molas da associação receberá uma força de intensidade $\frac{F}{2}$.



Aplicando a Lei de Hooke a uma delas, temos:

$$\frac{F}{2} = k_1 \cdot x \text{ ou } F = 2k_1 \cdot x \quad (I)$$

Aplicando a Lei de Hooke à mola equivalente, temos:

$$F = k \cdot x \quad (II)$$

Comparando (I) e (II), obtemos:

$$K = 2k_1$$

$$K \cdot x = 2k_1 \cdot x \text{ ou } (III)$$

A fórmula (III) pode ser ampliada para um número maior de molas idênticas, associadas em paralelo. De modo geral, se tivermos n molas idênticas associadas em paralelo, sendo k_1 a constante elástica de cada uma, a constante elástica da mola equivalente é dada por:

$$K = nk_1$$

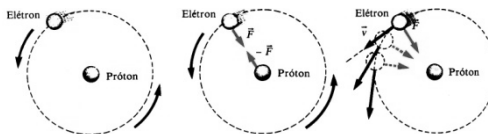
Trajelórias curvilíneas

Se atirmos um corpo horizontalmente, próximo à superfície da Terra, com uma velocidade inicial de grande intensidade, da ordem de $8 \text{ km/s} = 28\,800 \text{ km/h}$, o corpo ficará em órbita circular em torno da Terra. Essa foi a velocidade alcançada pelos primeiros satélites artificiais, Sputnik I e Explorer I, em 1957 e 1958. A força de atração da Terra sobre o satélite altera a direção de sua velocidade, dando-lhe a aceleração centrípeta necessária para permanecer em órbita.

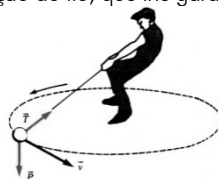


Para um observador na Terra, a força de atração $\vec{F}$ altera a direção da velocidade do satélite.

Considere o átomo de hidrogênio: segundo o modelo Rutherford, ele possui um único elétron, que gira em torno de seu núcleo, constituído por um único próton. O próton e o elétron possuem cargas elétricas. As cargas elétricas interagem exercendo forças de campo. A força $\vec{F}$, com que o próton atrai o elétron, altera a direção da velocidade do elétron, mantendo-o em órbita em torno do próton.



Considere, agora, uma bola de ferro presa a um fio e que descreve uma circunferência horizontal. Sobre a bola atuam as forças peso e tração do fio, que lhe garantem a aceleração centrípeta.



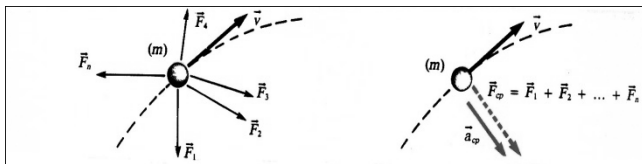
Resultante centrípeta

Pelos exemplos anteriores podemos concluir: toda vez que um corpo descreve uma curva, sua velocidade vetorial varia em direção. Para que isso ocorra, pelo princípio fundamental da Dinâmica as forças que atuam no corpo devem garantir a aceleração centrípeta.

Admita, então, que um corpo esteja realizando um movimento plano, curvilíneo e uniforme sob a ação das forças $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$. Como o movimento curvilíneo é uniforme, a aceleração é centrípeta, e a resultante das forças $\vec{F}_{cp}$ orientada para o centro da trajetória. Pelo princípio fundamental da Dinâmica:

$$\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp}$$

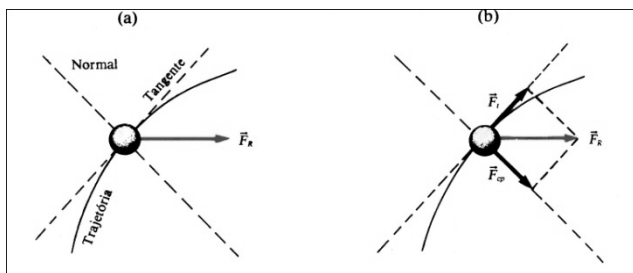
Sendo $\vec{F}_{cp}$ a **força centrípeta** ou **resultante centrípeta** das forças $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ que atuam no corpo.



Eventualmente $\vec{F}_{cp}$ pode ser uma única força. Nos exemplos anteriores é a força de atração gravitacional que a Terra exerce no satélite em órbita ou a força de atração elétrica que o próton exerce no elétron, no átomo de hidrogênio. No exemplo da bola de ferro, $\vec{F}_{cp}$ é a soma vetorial das forças de tração $\vec{T}$ e do peso $\vec{P}$.

Resultante centrípeta e resultante tangencial

No item anterior, consideramos o movimento uniforme e portanto a resultante das forças que agem no corpo orientada para o centro da trajetória. Entretanto, se a força resultante, $\vec{F}_R$ não estiver orientada para o centro da trajetória, **o que ocorre nos movimentos curvilíneos variados**, podemos decompor $\vec{F}_R$ nas direções normal e tangente à trajetória. A resultante das forças normais é a **resultante centrípeta** $\vec{F}_{cp}$, responsável para variação da direção da velocidade $\vec{v}$. A resultante das forças tangentes à trajetória é a **resultante tangencial** $\vec{F}_t$, responsável pela variação do módulo de $\vec{v}$.



A resultante centrípeta produz a aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$ e a resultante tangencial produz a aceleração tangencial $\vec{a}_t$. Pelo princípio fundamental da Dinâmica, temos:

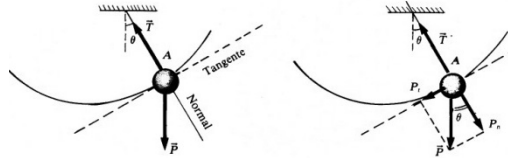
$$\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp}$$

e

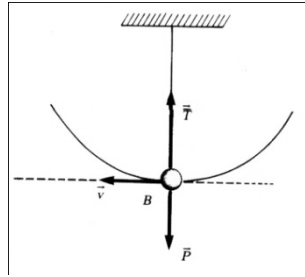
$$\vec{F}_t = m\vec{a}_t$$

No comprimento circular uniforme $\vec{F}_t = \vec{0}$ e a resultante das forças é a centrípeta.

Considere, por exemplo, um pêndulo simples. A figura seguinte as forças que agem na esfera no instante em que passa pela posição A. A força de tração $\vec{T}$ tem direção da normal à trajetória e o peso $\vec{P}$ é decomposto nas direções normal (P_n) e tangencial (P_t). Sendo $P_n = P \cdot \cos \theta$ e $P_t = P \cdot \sin \theta$, concluímos que as resultantes centrípeta e tangencial têm módulos: $F_{cp} = T - P \cdot \cos \theta$ e $F_t = P \cdot \sin \theta$.



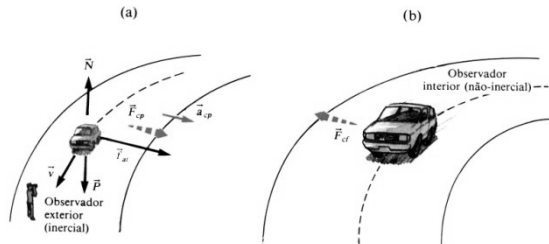
Quando a esfera passa pela posição mais baixa, B, as forças $\vec{T}$ e $\vec{P}$ têm direção da normal à trajetória e, nesse instante, $F_{cp} = T - P$ e $F_t = 0$.



Força em referencial não-inercial

Considere um carro numa curva de raio R. Para um observador exterior fixo na estrada (referencial inercial), o veículo tende a sair pela tangente conservando sua velocidade, pelo princípio da inércia.

Para esse observador exterior, as forças que atuam no veículo, peso $\vec{P}$, normal $\vec{N}$ e atrito de escorregamento lateral $\vec{F}_{at}$, garantem a resultante centrípeta $\vec{F}_{cp}$, que altera a direção da velocidade.



Porém o fenômeno é diferente para um observador interior do próprio carro, pois o carro possui aceleração em relação à estrada e, por isso, é um referencial não-inercial. Esse observador interior sente-se atirado para fora do carro na curva e interpreta o fenômeno considerando uma força $\vec{F}_{cf}$ em relação ao próprio carro. Essa força $\vec{F}_{cf}$ é chamada força centrífuga, e só existe em relação a referenciais não-inerciais.

Para o observador exterior fixo na estrada (referencial inercial), a força centrífuga não existe.

A força centrífuga não é reação da centrípeta.

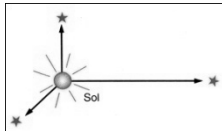
A força centrífuga é uma força de inércia semelhante à força que age no pêndulo, em relação ao observador acelerado no interior do trem.

Referencial inercial

Um sistema de referência onde é válido o princípio da inércia é denominado **referencial inercial**. Esse sistema não deve possuir aceleração vetorial em relação às “estrelas fixas” do Cosmos, devendo estar em repouso ou em MRU.

Os principais referenciais inerciais são:

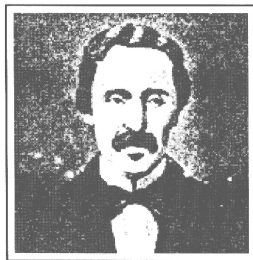
1º) **REFERENCIAL DE COPÉRNICO**: sistema com origem no Sol e eixos orientados para as “as estrelas fixas”.



Estrelas fixas são estrelas cujas posições, em relação ao Sistema Solar, não sofreram alterações perceptíveis ao longo de vários séculos de observações astronômicas.

2º) **REFERENCIAL DE GALILEU**: sistema em MRU, em relação ao referencial de Copérnico.

3º) **REFERENCIAL DE FOUCAULT**: sistema fixo na Terra. Esse sistema não é inercial, efetivamente; mas para movimentos de pequena duração, desprezando-se os efeitos da rotação da Terra e da translação em torno do Sol pode ser considerado como referencial inercial.



Jean Leon Foucault, França, 1819 – 1868.

Abandonou a Medicina para dedicar-se à Física.

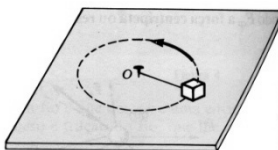
*Dentre suas importantes descobertas e invenções,
está a verificação experimental do movimento de rotação da Terra,
através do pêndulo de Foucault.*

Observação:**PRINCIPIO DA RELATIVIDADE**

- 1º) Todos os referenciais inerciais são equivalentes, não havendo um que seja privilegiado em relação aos demais.
- 2º) Nenhuma experiência física que seja realizada dentro de um referencial inercial consegue revelar a velocidade desse referencial em relação a outro referencial inercial.

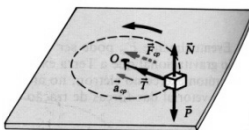
Exercícios Resolvidos

01. Um pequeno bloco de massa $m = 4,0 \text{ kg}$, preso à extremidade de um fio, descreve, sobre uma mesa horizontal e perfeitamente lisa, um movimento circular de raio $R = 0,50 \text{ m}$, com velocidade escalar constante $v = 3,0 \text{ m/s}$. Determine a intensidade da força de tração que o fio exerce no bloco.

**Solução:**

As forças que agem no bloco são: o peso $\vec{P}$, a normal $\vec{N}$ e a força de tração $\vec{T}$. O peso e a normal se anulam e a tração $\vec{T}$ é a **resultante centrípeta**. A aceleração centrípeta tem módulo:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \therefore a_{cp} = \frac{(3,0)^2}{0,50} \therefore a_{cp} = 18 \text{ m/s}^2$$



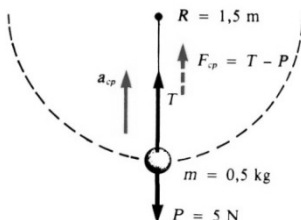
Pela equação fundamental da Dinâmica

$$\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp}, \text{ podemos escrever:}$$

$$T = ma_{cp} \therefore T = 4,0 \cdot 18 \therefore$$

$$\boxed{T = 72 \text{ N}}$$

02. Uma bola de ferro de $m = 0,5 \text{ kg}$ presa a um fio inextensível de comprimento igual a $1,5 \text{ m}$ descreve uma circunferência vertical de raio igual ao comprimento do fio. Quando passa pelo ponto inferior, sua velocidade é 3 m/s . Determine a intensidade da tração do fio nesse ponto ($g = 10 \text{ m/s}^2$).



Solução:

A resultante centrípeta $\vec{F}_{cp}$ que atua na esfera tem intensidade igual a $T - P$, onde $P = mg = 0,5 \cdot 10$, $P = 5 \text{ N}$. A aceleração centrípeta tem módulo igual a:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \frac{3^2}{1,5} \therefore a_{cp} = 6 \text{ m/s}^2$$

Pela equação fundamental da Dinâmica:

$$\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp}$$

$$T - P = ma_{cp}$$

$$T - 5 = 0,5 \cdot 6 \therefore$$

$$\boxed{T = 8 \text{ N}}$$

Observe que a força centrípeta $\vec{F}_{cp}$ é a resultante de $\vec{T}$ e $\vec{P}$. Sua intensidade é $\vec{F}_{cp} = T - P = 8 - 5 \therefore F_{cp} = 3 \text{ N}$.

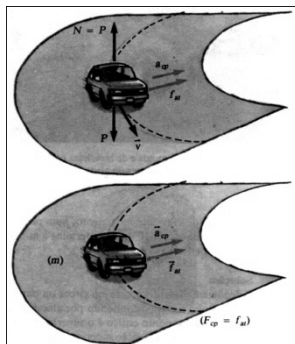
03. Um veículo de massa 600 kg percorre uma pista curva de raio $R = 80 \text{ m}$. Há atrito de escorregamento lateral, de coeficiente $\mu = 0,5$. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determine a máxima velocidade que o veículo pode ter para fazer a curva sem derrapar. Considere-o um ponto material.

Solução:

O veículo faz a curva se as forças atuantes lhe garantirem a aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$. Essas forças são a normal $\vec{N}$, o peso $\vec{P}$ e a força de atrito de escorregamento lateral. A normal $\vec{N}$ e o peso $\vec{P}$ não interferem na aceleração centrípeta. A força de atrito $\vec{f}_{at}$ garante a aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$

$$F_{at} = ma_{cp} = m \frac{v^2}{R}$$

Pela igualdade anterior a velocidade v é máxima quando f_{at} for máxima. O valor máximo de $\vec{f}_{at}$ é μN . Nessas condições o carro está na iminência de escorregamento lateral.



$$f_{at} = m \frac{v^2}{R}, \quad v_{\max} \rightarrow f_{at \max} = \mu N = \mu P = \mu mg$$

$$\mu mg = m \frac{v_{\max}^2}{R} \therefore v_{\max}^2 = \mu R g$$

$$v_{\max} = \sqrt{\mu R g} \begin{cases} \mu = 0,5 \\ R = 80 \text{ m} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

$$v_{\max} = \sqrt{0,5 \cdot 80 \cdot 10} = \sqrt{400}$$

$$v_{\max} = 20 \text{ m/s} = 72 \text{ km/h}$$

04. Um veículo de 1000 kg percorre com velocidade de 90 km/h uma curva de raio $R = 100 \text{ m}$. A estrada é sobrelevada, isto é, sua margem externa é mais elevada em relação à margem interna. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determine o ângulo de sobrelevação θ da pista para que a segurança do veículo na curva não dependa do atrito.

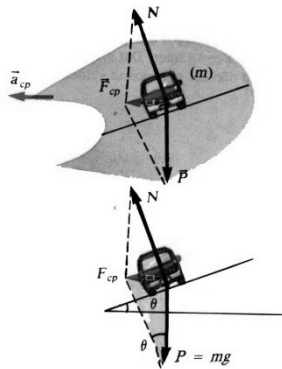
Solução:

No exercício anterior concluímos que a velocidade de um carro na curva depende do raio R e do coeficiente de atrito μ . Se o coeficiente de atrito entre pneu e estrada for pequeno, a velocidade diminui a segurança do veículo é afetada. Resolve-se essa dificuldade construindo-se estradas sobrelevadas, como a descrita na figura abaixo. Observe que a normal $\vec{N}$ deixa de ser vertical. Desse modo $\vec{N}$ e $\vec{P}$ adicionam-se vetorialmente e dão a resultante centrípeta $\vec{F}_{cp}$ tal que:

$$\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp}$$

$$\text{Em módulo, temos: } F_{cp} = m \frac{v^2}{R}$$

No triângulo sombreado da figura:



$$\operatorname{tg} \theta = \frac{F_{cp}}{P} = \frac{mv^2 / R}{mg} = \frac{v^2}{Rg}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v^2}{Rg} \begin{cases} v = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s} \\ R = 100 \text{ m} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{25^2}{100 \cdot 10} = 0,625 \quad \therefore$$

$$\operatorname{tg} \theta = 0,625$$

Resposta:

$\operatorname{tg} \theta = 0,625$ (numa tabela trigonométrica podemos verificar que esse ângulo é 32°).

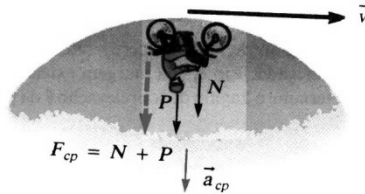
Observação:

No exercício determinamos o ângulo θ independentemente do atrito. Na prática, devido ao atrito, o ângulo de sobrelevação diminui bastante.

05. Um corpo descreve um movimento, num plano vertical, no interior de uma superfície esférica de raio igual a $2,5 \text{ m}$. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determine a mínima velocidade que o corpo deve ter para não perder contato com a superfície esférica.

Solução:

O fenômeno descrito ocorre em circos ou parques de diversões. Um motociclista movimentando-se no interior de um globo metálico conhecido por globo da morte. À medida que o corpo sobe, tende a perder contato com a pista e o ponto crítico é o superior. Considere o corpo nessa posição superior. Nele atuam o peso $\vec{P}$ e a normal $\vec{N}$ que dão a resultante centrípeta $\vec{F}_{cp}$.



$$F_{cp} = ma_{cp}$$

$$N + P = ma_{cp} = m \frac{v^2}{R}$$

$$N + p = m \frac{v^2}{R}$$

(1)

Por essa expressão, à medida que descreve a velocidade v também diminui a força de contato N , pois P , m e R são constantes. Daí a velocidade mínima para se fazer a curva ocorre quando $N = 0$. Observe que o corpo não cai pois possui velocidade $\vec{v}$. Na expressão ① $v = v_{\min}$ quando $N = 0$:

$$N + P = \frac{v^2}{R}$$

$$0 + P = m \frac{v_{\min}^2}{R} \therefore mg = m \frac{v_{\min}^2}{R}$$

$$V_{\min} = \sqrt{Rg} \quad \begin{cases} R = 2,5 \text{ m} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

$$V_{\min} = 5 \text{ m/s} = 18 \text{ km/h}$$

06. Considere um cilindro vertical de raio $R = 4\text{m}$ girando em torno de seu eixo. Uma pessoa no seu interior está encostada na parede interna. O coeficiente de atrito entre a roupa do indivíduo e a parede do cilindro é $0,5$. O cilindro começa a girar com velocidade angular ω . Quando esta velocidade atinge determinado valor, o piso horizontal do cilindro é retirado e a pessoa não escorrega verticalmente. Esse aparelho existe em parque de diversões e é conhecido por ROTOR.

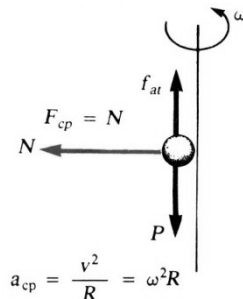
Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determine o menor valor da velocidade angular ω para ocorrer o fenômeno descrito.



Solução:

No indivíduo atuam seu peso $\vec{P}$, a normal $\vec{N}$ e a força de atrito de direção vertical, que equilibra o peso quando o piso é retirado. A resultante centrípeta é a normal $\vec{N}$:

$$(1) \quad F_{cp} = ma_{cp} = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$$



$$(2) \quad f_{at \max} = P$$

$$\therefore \mu N = P \text{ ou } \mu N = mg$$

Pela expressão (1) $\mu m \omega^2 R = mg$

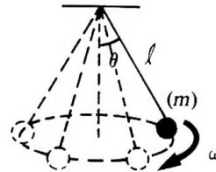
$$\omega^2 = \frac{g}{\mu R} \quad \therefore$$

$$\omega = \sqrt{\frac{10}{0,5 \cdot 4}} \quad \omega = \sqrt{5} \quad \omega \cong 2,23 \text{ rad/s}$$

Observação:

Se a velocidade angular do cilindro diminuir, pela expressão (1) diminui N e conseqüentemente diminui a força de atrito máxima $f_{at\text{ máx}} = \mu N$. Daí a igualdade (2) deixa de ser verdadeira e o corpo escorrega para baixo. Se a velocidade ω crescer além do valor calculado, a normal N aumenta pela expressão (1) aumentando o valor da força de atrito máxima ($f_{at\text{ máx}} = \mu N$). Porém o corpo não escorrega para cima, pois a força de atrito é passiva; sua intensidade continua P ($P = f_{at} < f_{at\text{ máx}}$).

07. Uma massa m está presa a um fio inextensível, de peso desprezível, e gira num plano horizontal constituindo um pêndulo cônico. Se o comprimento do fio é $\ell = 2 \text{ m}$ e o ângulo que o fio forma com a vertical é $\theta = 60^\circ$ ($\cos 60^\circ = 0,5$), determine a velocidade angular ω de rotação da massa m . Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

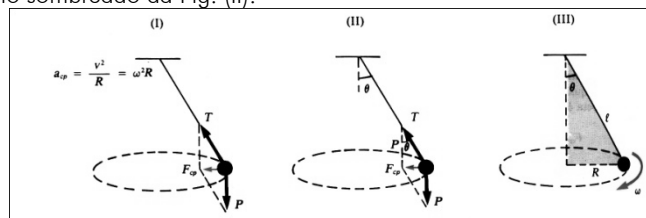


Solução:

Na massa pendular atuam o peso $\vec{P}$ e a tração $\vec{T}$. A resultante centrípeta $\vec{F}_{cp}$ é a soma de $\vec{P}$ e $\vec{T}$ conforme se indica no diagrama de forças. Pela equação fundamental da Dinâmica:

$$F_{cp} = ma_{cp} = m\omega^2 R \quad (1)$$

No triângulo sombreado da Fig. (II):



$$\text{tg } \theta = \frac{F_{cp}}{P} = \frac{F_{cp}}{mg} = \frac{m\omega^2 R}{mg}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\omega^2 R}{g} \quad (2)$$

Porém, o raio R depende do comprimento ℓ do fio. No triângulo sombreado da Figura (III):

$$R = \ell \operatorname{sen} \theta \quad (3)$$

Substituindo (3) na expressão (2) e considerando

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta}, \text{ vem :}$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{\omega^2 R}{g} = \frac{\omega^2 \ell \operatorname{sen} \theta}{g} \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta} \end{aligned} \right\} \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta} = \frac{\omega^2 \ell \operatorname{sen} \theta}{g} \therefore \omega^2 = \frac{g}{\ell \cos \theta}$$

$$(4) \quad \omega = \sqrt{\frac{10}{2 \cdot 0,5}} \sqrt{10} \therefore$$

$$\omega \cong 3,2 \text{ rad/s}$$

Observação:

Considere um pêndulo cujo ângulo θ seja pequeno, de modo que $\cos \theta$ tende a 1. Na expressão (4):

$$(4) \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell \cos \theta}} \quad \theta \rightarrow 0^\circ \quad \cos \theta \rightarrow 1$$

$$\omega \cong \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

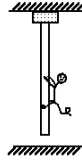
Então, como $\omega = \frac{2\pi}{T}$, vem:

$$\frac{2\pi}{T} \cong \sqrt{\frac{g}{\ell}} \quad \text{ou}$$

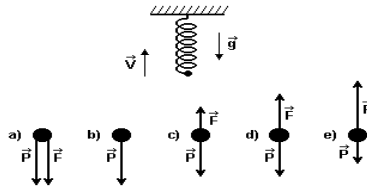
$$T \cong 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Exercícios Propostos

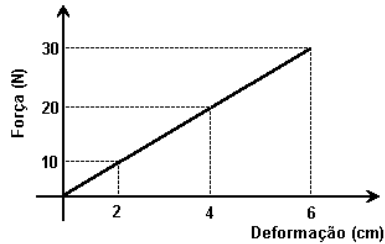
01. (Fuvest 1989) Uma tira elástica de borracha está presa no teto de uma sala. Um macaco dependurado na tira sobe em direção ao teto com velocidade praticamente constante. Podemos afirmar que, à medida que o macaco sobe;



- a força que a tira exerce no teto aumenta.
 - a força que a tira exerce no teto diminui.
 - a distância da extremidade inferior da tira ao chão aumenta.
 - a distância da extremidade inferior da tira ao chão diminui.
 - a distância da extremidade inferior da tira ao chão não se altera.
02. (Fuvest 1997) Uma bolinha pendurada na extremidade de uma mola vertical executa um movimento oscilatório. Na situação da figura, a mola encontra-se comprimida e a bolinha está subindo com velocidade $\vec{v}$. Indicando por $\vec{F}$ a força da mola e por $\vec{P}$ (vetorial) a força peso aplicadas na bolinha, o único esquema que pode representar tais forças na situação descrita anteriormente é



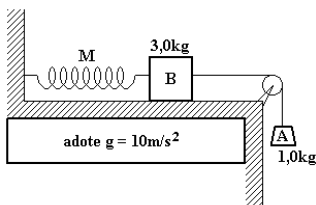
03. (UFV 1996) Um experimentador fez um estudo da deformação de uma mola em função da força aplicada e construiu o gráfico a seguir.



A relação matemática entre o módulo da força (F) e a deformação (x), respeitadas as unidades mostradas no gráfico, pode ser expressa por:

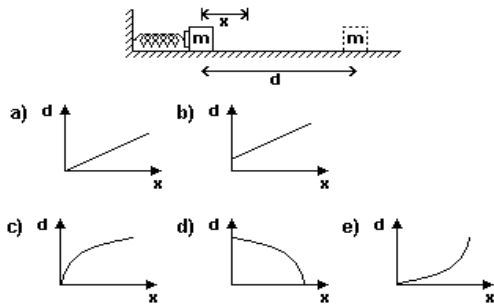
- $F = 30x$.
- $F = 6x$.
- $F = (6/30)x$.
- $F = 5x$.
- $F = 2x$.

04. (Mackenzie 1996) Para a verificação experimental das leis da Dinâmica, foi montado o sistema a seguir.

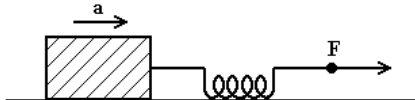


Nele, o atrito é desprezado, o fio e a aceleração são ideais. Os corpos A e B encontram-se em equilíbrio quando a mola "ultraleve" M está distendida de $5,0\text{ cm}$. A constante elástica desta mola é:

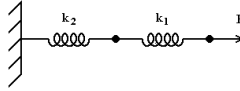
- a) $3,0 \cdot 10^2 \text{ N/m}$ d) $1,0 \cdot 10^2 \text{ N/m}$
 b) $2,0 \cdot 10^2 \text{ N/m}$ e) $5,0 \cdot 10^3 \text{ N/m}$
 c) $1,5 \cdot 10^2 \text{ N/m}$
05. (UFPE 1995) Uma mola é comprimida de uma distância x em relação à sua posição de equilíbrio. Quando a mola é liberada, um bloco de massa m a ela encostado, percorre uma distância d numa superfície **COM ATRITO** até parar, conforme a figura a seguir. O gráfico que melhor representa a distância d em função da compressão x da mola é:



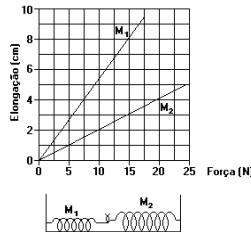
06. (UFPE 1995) Um conjunto massa-mola desloca-se sob a ação de uma força F em uma superfície plana, sem atrito, conforme mostra a figura a seguir. A aceleração do conjunto é 5 m/s^2 , a massa do bloco é 2 kg , e a distensão da mola permanece constante. Determine a distensão da mola, em centímetros, desprezando a massa da mola e assumindo que sua constante elástica vale 200 N/m .



7. (UFPE 1995) Uma mola de constante elástica $k_1 = 24 \text{ N/m}$ é conectada a uma segunda mola de constante elástica $k_2 = 45 \text{ N/m}$, que está conectada a uma parede rígida na outra extremidade, conforme mostra a figura a seguir. Uma pessoa aplica uma força F à uma primeira mola, distendendo-a em 15 cm relativo ao seu comprimento em equilíbrio. Calcule a distensão da segunda mola, em cm .

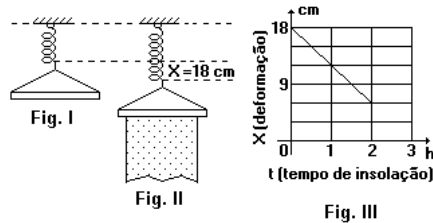


08. (Vunesp 1994) O gráfico mostra as elongações sofridas por duas molas, M_1 e M_2 , em função da força aplicada. Quando essas molas são distendidas, como mostra a figura abaixo do gráfico, sobre uma superfície horizontal perfeitamente lisa, a elongação sofrida por M_2 é igual a $3,0 \text{ cm}$.



Examine o gráfico e responda:

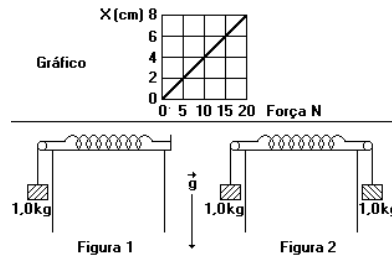
- a) Qual é a intensidade da força que está distendendo M_2 ?
 b) Qual é a elongação sofrida por M_1 ?
09. (Fuvest 1993) A figura I, a seguir, representa um cabide dependurado na extremidade de uma mola de constante elástica $k = 50 \text{ N/m}$. Na figura II tem-se a nova situação de equilíbrio logo após a roupa molhada ser colocada no cabide e exposta ao sol para secar, provocando na mola uma deformação inicial $x = 18 \text{ cm}$. O tempo de insolação foi mais do que suficiente para secar a roupa completamente. A variação da deformação da mola (em cm) em função do tempo (em horas) em que a roupa ficou sob a ação dos raios solares está registrada no gráfico III a seguir.



Considere que cada grama de água para vaporizar absorve 500 cal de energia e determine:

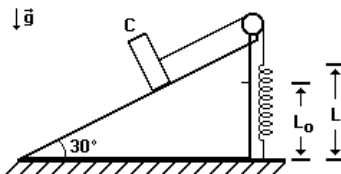
- a) o peso da água que evaporou.
 b) a potência média de radiação solar absorvida pela roupa supondo ser ela a única responsável pela evaporação da água.

10. (Vunesp 1993) O gráfico adiante mostra a elongação x sofrida por uma mola em função da força aplicada.
A partir do gráfico, determine as elongações sofridas por essa mola nas situações:



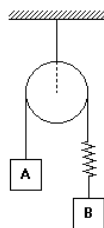
Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$, os fios inextensíveis e sem massa e despreze qualquer atrito.

11. (Fuvest 1996) Um corpo C de massa igual a 3 kg está em equilíbrio estático sobre um plano inclinado, suspenso por um fio de massa desprezível preso a uma mola fixa ao solo, como mostra a figura a seguir.



O comprimento natural da mola (sem carga) é $L_0 = 1,2 \text{ m}$ e ao sustentar estaticamente o corpo ela se distende, atingindo o comprimento $L = 1,5 \text{ m}$. Os possíveis atritos podem ser desprezados. A constante elástica da mola, em N/m , vale então

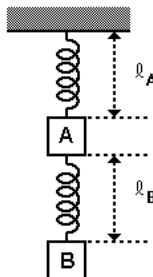
- a) 10. b) 30. c) 50. d) 90. e) 100.
12. (FEI 1997) O corpo A, de massa $m_A = 1 \text{ kg}$, sobe com aceleração constante de 3 m/s^2 . Sabendo-se que o comprimento inicial da mola é $L_0 = 1 \text{ m}$ e a constante elástica da mola é $k = 26 \text{ N/m}$.



A massa do corpo B vale aproximadamente:

- a) 1,0 kg b) 1,45 kg c) 1,58 kg
d) 1,67 kg e) 1,86 kg

13. (Mackenzie 1998) No sistema a seguir, as molas ideais têm, cada uma, constante elástica igual a 2.000 N/m e comprimento natural 10 cm . Se cada um dos corpos A e B tem massa igual a 5 kg , então a soma $\ell_A + \ell_B$ vale:



Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) 20,0 cm d) 27,5 cm
b) 22,5 cm e) 30,0 cm
c) 25,0 cm

14. (UFRS 1998) Joãozinho é um menino sem conhecimento científico, mas sabe lançar uma pedra amarrada a um barbante como ninguém. Ele ergue o braço, segura a extremidade livre do barbante em sua mão e aplica-lhe sucessivos impulsos. Assim ele faz a pedra girar em uma trajetória horizontal sobre a sua cabeça, até que, finalmente, a arremessa com precisão na direção desejada.

O que Joãozinho gostaria de explicar (mas não sabe) é a razão pela qual as duas extremidades do barbante esticado nunca chegam a ficar exatamente no mesmo plano horizontal. Por mais rápido que ele faça a pedra girar, a extremidade presa à pedra fica sempre abaixo da outra extremidade.

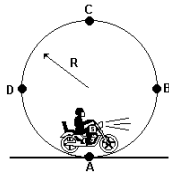
Para resolver esta questão, é necessário identificar, dentre as forças exercidas sobre a pedra, aquela que impede que a extremidade presa à pedra se eleve ao mesmo nível da outra extremidade. Qual é essa força?

- a) A força centrípeta.
- b) A força de empuxo estático.
- c) A força tangencial à trajetória.
- d) A força de tensão no barbante.
- e) A força peso.

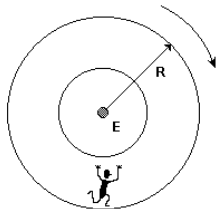
15. (UnB 1996) Nas corridas de Fórmula 1, nas montanhas-russas dos parques de diversão e mesmo nos movimentos curvilíneos da vida diária (movimentos de automóveis, aviões etc.), as forças centrípetas desempenham papéis fundamentais. A respeito dessas forças, julgue os itens que se seguem.

- (0) A reação normal de uma superfície nunca pode exercer o papel de força centrípeta.
- (1) Em uma curva, a quantidade de movimento de um carro sempre varia em direção e sentido, mas não necessariamente em intensidade.
- (2) A força centrípeta que age em um objeto em movimento circular é um exemplo de força inercial.
- (3) Para que um carro faça uma curva em uma estrada, necessariamente, a resultante das forças que nele atuam não pode ser nula.

16. (Unicamp 1999) Uma atração muito popular nos circos é o "Globo da Morte", que consiste numa gaiola de forma esférica no interior da qual se movimenta uma pessoa pilotando uma motocicleta. Considere um globo de raio $R = 3,6\text{m}$.



- Faça um diagrama das forças que atuam sobre a motocicleta nos pontos A, B, C e D indicados na figura adiante, sem incluir as forças de atrito. Para efeitos práticos, considere o conjunto piloto + motocicleta como sendo um ponto material.
 - Qual a velocidade mínima que a motocicleta deve ter no ponto C para não perder o contato com o interior do globo?
17. (Unicamp 2000) Algo muito comum nos filmes de ficção científica é o fato dos personagens não flutuarem no interior das naves espaciais. Mesmo estando no espaço sideral, na ausência de campos gravitacionais externos, eles se movem como se existisse uma força que os prendesse ao chão das espaçonaves.
- Um filme que se preocupa com esta questão é "2001, uma Odisseia no Espaço", de Stanley Kubrick. Nesse filme a gravidade é simulada pela rotação da estação espacial, que cria um peso efetivo agindo sobre o astronauta. A estação espacial, em forma de cilindro oco, mostrada a seguir, gira com velocidade angular constante de $0,2 \text{ rad/s}$ em torno de um eixo horizontal E perpendicular à página. O raio R da espaçonave é 40m .



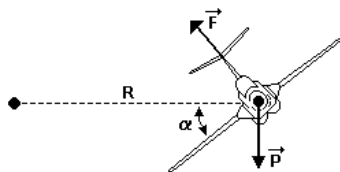
- Calcule a velocidade tangencial do astronauta representado na figura.
 - Determine a força de reação que o chão da espaçonave aplica no astronauta que tem massa $m = 80\text{kg}$.
18. (PUCSP 2000) "Que graça pode haver em ficar dando voltas na Terra uma, duas, três, quatro ... 3000 vezes? Foi isso que a americana Shannon Lucid, de 53 anos, fez nos últimos seis meses a bordo da estação orbital russa Mir..."

Revista Veja, 2/10/96

Em órbita circular, aproximadamente 400km acima da superfície, a Mir move-se com velocidade escalar constante de aproximadamente 28080km/h , equivalente a $7,8 \cdot 10^3 \text{ m/s}$. Utilizando-se o raio da Terra como $6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$, qual é, aproximadamente, o valor da aceleração da gravidade nessa órbita?

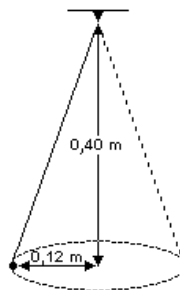
- zero
- $1,0 \text{ m/s}^2$
- $7,2 \text{ m/s}^2$
- $9,5 \text{ m/s}^2$
- $11,0 \text{ m/s}^2$

19. (UFSC 2000) Um avião descreve uma curva em trajetória circular com velocidade escalar constante, num plano horizontal, conforme está representado na figura, onde F é a força de sustentação, perpendicular às asas; P é a força peso; α é o ângulo de inclinação das asas em relação ao plano horizontal; R é o raio de trajetória. São conhecidos os valores: $\alpha = 45^\circ$; $R = 1000$ metros; massa do avião = 10000 kg .



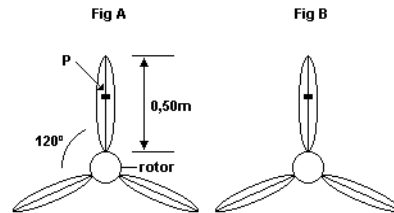
Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).. Considerando, para efeito de cálculos, apenas as forças indicadas na figura.

01. Se o avião realiza movimento circular uniforme, a resultante das forças que atuam sobre ele é nula.
 02. Se o avião descreve uma trajetória curvilínea, a resultante das forças externas que atuam sobre ele é, necessariamente, diferente de zero.
 04. A força centrípeta é, em cada ponto da trajetória, a resultante das forças externas que atuam no avião, na direção do raio da trajetória.
 08. A força centrípeta sobre o avião tem intensidade igual a 100000 N .
 16. A velocidade do avião tem valor igual a 360 km/h .
 32. A força resultante que atua sobre o avião não depende do ângulo de inclinação das asas em relação ao plano horizontal.
20. (UFSCar 2001) A figura a seguir representa um pêndulo cônico, composto por uma pequena esfera de massa $0,10\text{ kg}$ que gira presa por um fio muito leve e inextensível, descrevendo círculos de $0,12\text{ m}$ de raio num plano horizontal, localizado a $0,40\text{ m}$ do ponto de suspensão. (Adote $g = 10\text{ m/s}^2$.)



- a) Represente graficamente, as forças que atuam sobre a esfera, nomeando-as. Determine o módulo da resultante dessas forças.
- b) Determine o módulo da velocidade linear da esfera e a frequência do movimento circular por ela descrito.

21. (Fuvest 2001) Um ventilador de teto, com eixo vertical, é constituído por três pás iguais e rígidas, encaixadas em um rotor de raio $R = 0,10\text{m}$, formando ângulos de 120° entre si. Cada pá tem massa $M = 0,20\text{kg}$ e comprimento $L = 0,50\text{m}$. No centro de uma das pás foi fixado um prego P, com massa $m_p = 0,020\text{kg}$, que desequilibra o ventilador, principalmente quando este se movimenta.



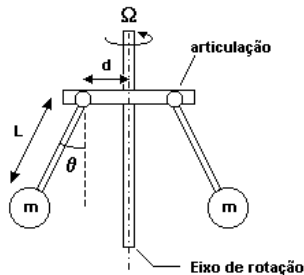
Suponha, então, o ventilador girando com uma velocidade de 60 rotações por minuto e determine:

- A intensidade da força radial horizontal F , em newtons, exercida pelo prego sobre o rotor.
- A massa M_0 , em kg , de um pequeno contrapeso que deve ser colocado em um ponto D^3 , sobre a borda do rotor, para que a resultante das forças horizontais, agindo sobre o rotor, seja nula.
- A posição do ponto D_0 , localizando-a no esquema anterior (fig. B).

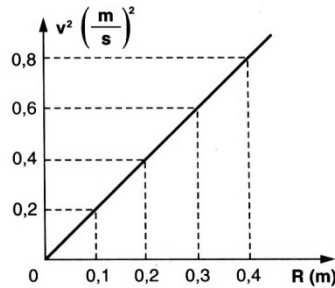
(Se necessário, utilize $\pi \approx 3$)

22. (Unicamp 2001) As máquinas a vapor, que foram importantíssimas na Revolução Industrial, costumavam ter um engenhoso regulador da sua velocidade de rotação, como é mostrado esquematicamente na figura adiante. As duas massas afastavam-se do eixo devido ao movimento angular e acionavam um dispositivo regulador da entrada de vapor, controlando assim a velocidade de rotação, sempre que o ângulo θ atingia 30° . Considere hastes de massa desprezível e comprimento $L = 0,2\text{m}$, com massas $m = 0,18\text{kg}$ em suas pontas, $d = 0,1\text{m}$ e aproxime $\sqrt{3} \approx 1,8$.

- Faça um diagrama indicando as forças que atuam sobre uma das massas m .
- Calcule a velocidade angular Ω para a qual $\theta = 30^\circ$.

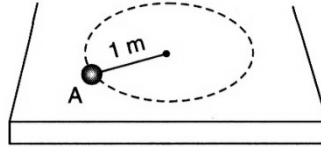


23. (Cesem SP) Uma experiência sobre movimento circular uniforme consiste em registrar a velocidade tangencial v , à medida que se varia o raio R da trajetória de um corpo, mantendo constante a intensidade da força centrípeta que atua sobre ele. O gráfico de v^2 em função de R é mostrado abaixo.

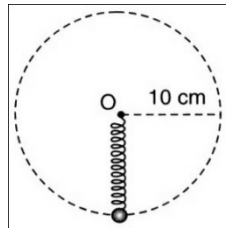


Sendo a massa do móvel de $3,0 \text{ kg}$, qual a intensidade da força resultante?

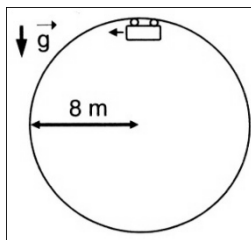
24. (Fuvest SP) Um objeto A de $8,0 \text{ kg}$, preso na extremidade de uma corda de $1,0 \text{ m}$ de comprimento e massa desprezível, descreve um movimento circular uniforme sobre uma mesa horizontal. A tração na corda é 200 N . Com relação ao objeto, pede-se:



- a) o valor da aceleração;
b) o valor da velocidade ao se cortar a corda.
25. (UFGO) Na figura, um disco de massa $3,0 \text{ kg}$ encontra-se preso a uma mola de constante elástica $3,0 \cdot 10^4 \text{ N/m}$, podendo mover-se em torno do ponto O num plano horizontal sem atrito. Para que o disco possa executar um movimento circular e uniforme de $5,0 \text{ m/s}$ numa trajetória de raio 10 cm , a deformação apresentada pela mola deverá ser de quantos centímetros?



26. (Fuvest SP) A figura mostra, num plano vertical, parte dos trilhos do percurso circular de uma “montanha-russa” de um parque de diversões. A velocidade mínima que o carrinho deve ter, ao passar pelo ponto mais alto da trajetória, para não desgrudar dos trilhos vale quantos metros por segundo?



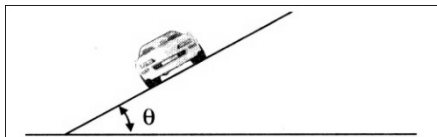
27. (UFMG) Uma pedra é amarrada em um cordão de 40 cm de comprimento e posta a girar em um plano vertical. Qual o módulo da velocidade mínima da pedra, no ponto mais alto da trajetória, para que ela possa descrever uma trajetória circular?

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$

28. (Fuvest-SP) Um automóvel de massa 1000 kg percorre com velocidade de 72 km/h uma curva de raio $R = 100 \text{ m}$ em uma estrada sem sobrelevação. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

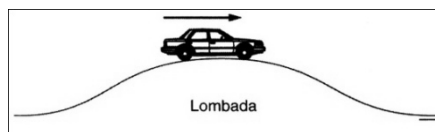
- Determine o menor coeficiente de atrito entre os pneus e a pista para não haver derrapagem.
- Determine o ângulo de sobrelevação θ da pista para que a segurança do veículo na curva não dependa do atrito (esse ângulo pode ser dado pela $\tan \theta$).

29. (Unimep SP) Determinar a inclinação que deve ter uma estrada, em uma curva de 400 m de raio, para que um carro, com velocidade de módulo 40 m/s, não derrape, independentemente do coeficiente de atrito.



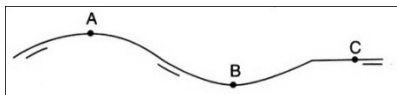
Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$

30. (UFMG) Quando um carro se descola numa estrada horizontal, seu peso $\vec{P}$ é anulado pela reação normal $\vec{N}$ exercida pela estrada. Quando esse carro passa no alto de uma lombada, sem perder o contato com a pista, como mostra a figura, seu peso será representado por $\vec{P}'$ e a reação normal da pista sobre ele por $\vec{N}'$.

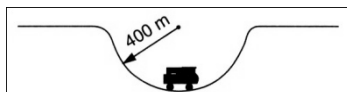


Com relação aos módulos destas forças, podemos afirmar que:

- $P' < P$ e $N' = N$.
 - $P' < P$ e $N' > N$.
 - $P' = P$ e $N' < N$.
 - $P' = P$ e $N' > N$.
 - $P' > P$ e $N' < N$.
31. (MACK SP) O eixo de um trecho de rodovia está contido num plano vertical e apresenta-se em perfil, conforme índia a figura. O raio de curvatura dos pontos **A** e **B** são iguais e o trecho que contém o ponto **C** é horizontal. Um automóvel percorre a rodovia com velocidade escalar constante. Sendo N_A , N_B e N_C a reação normal da rodovia sobre o carro nos pontos **A**, **B** e **C** respectivamente, podemos dizer que:



- $N_B > N_A > N_C$.
 - $N_B > N_C > N_A$.
 - $N_C > N_B > N_A$.
 - $N_A > N_B > N_C$.
 - $N_A = N_C = N_B$.
32. (FESP) Um caminhão transporta em sua carroceria uma carga de 2,0 toneladas. Determine, em newtons, a intensidade da força normal exercida pela carga sobre o piso da carroceria quando o veículo, a 30 m/s , passa pelo ponto baixo de uma depressão de 400 m de raio. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| a) $2,0 \cdot 10^4 \text{ N}$ | b) $1,55 \cdot 10^4 \text{ N}$ | c) $2,25 \cdot 10^4 \text{ N}$ |
| d) $2,45 \cdot 10^4 \text{ N}$ | e) $4,0 \cdot 10^4 \text{ N}$ | |

33. (UnB DF) Um certo trecho de uma montanha-russa é aproximadamente um arco de circunferência de raio R . Os ocupantes de um carrinho, ao passar por este trecho, sentem uma sensação de aumento de peso. Avaliam que, no máximo, o seu peso foi triplicado. Desprezando os efeitos de atritos, os ocupantes concluirão que a velocidade máxima atingida foi de:

- a) $\sqrt{3gR}$. b) $3\sqrt{gR}$. c) $2\sqrt{gR}$.
d) $\sqrt{2gR}$. e) $\sqrt{gR}$.

34. (Fuvest SP) Um carro percorre uma pista curva superelevada ($\tan \theta = 0,2$) de 200 m de raio. Desprezando o atrito, qual a velocidade máxima sem risco de derrapagem?

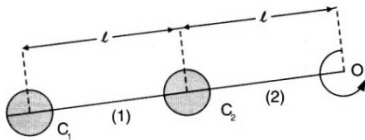


- a) 40 km/h b) 48 km/h c) 60 km/h
d) 72 km/h e) 80 km/h

35. (MACK SP) Um avião descreve uma trajetória circular horizontal com velocidade circular horizontal com velocidade escalar constante V . Devem ser consideradas apenas a força de sustentação, a qual é perpendicular à asa do avião, e o peso do mesmo. As asas formam um ângulo θ com a horizontal. Sendo g a aceleração da gravidade, o raio da trajetória descrita é dado por:

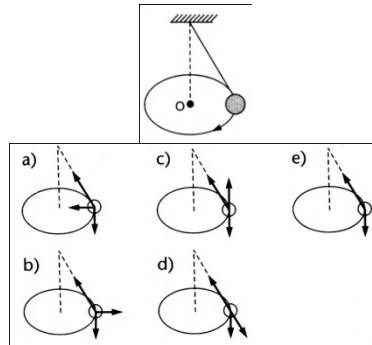
- a) $V^2 \cdot \sin \theta$ d) $\frac{V^2}{g} \cdot \cot \theta$
b) $V^2 \cdot g \cdot \tan \theta$ e) $\frac{g}{V^2} \cdot \tan \theta$
c) $\frac{V^2}{g} \cdot \tan \theta$

36. (PUC SP) A figura mostra um sistema de dois corpos de massas iguais, ligados por fios inextensíveis e de massas desprezíveis, girando num plano horizontal, sem atrito, com velocidade angular ω , constante, em torno do ponto fixo O. A razão $\frac{T_2}{T_1}$ entre as tensões T_2 e T_1 , que atuam respectivamente nos fios (2) e (1), tem valor:



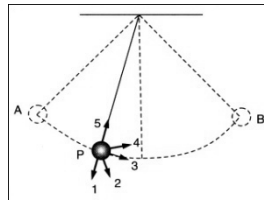
- a) 2. b) $\frac{3}{2}$. c) 1. d) $\frac{2}{3}$. e) $\frac{1}{2}$.

37. (Cesgranrio-RJ) Uma esfera de aço suspensa por um fio descreve uma trajetória circular de centro O , em um plano horizontal, no laboratório. As forças exercidas sobre a esfera (desprezando-se a resistência do ar) são:

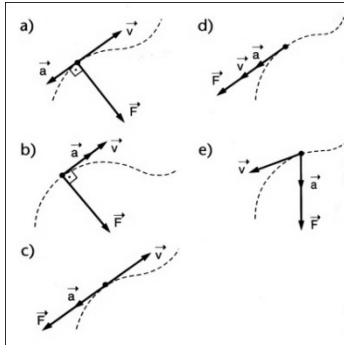


38. (Cessem SP) A figura representa um pêndulo simples que oscila entre as posições A e B , no campo gravitacional terrestre. Quando o pêndulo se encontra na posição P , a força resultante é mais bem indicada pelo vetor:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5



39. (ITA SP) Seja $\vec{F}$ a resultante das forças aplicadas a uma partícula de massa m , velocidade $\vec{v}$ e aceleração $\vec{a}$. Se a partícula descrever uma trajetória plana, indicada pela curva tracejada em cada um dos esquemas a seguir, segue-se que aquele que relaciona corretamente os vetores coplanares $\vec{v}$, $\vec{a}$ e $\vec{F}$ é:



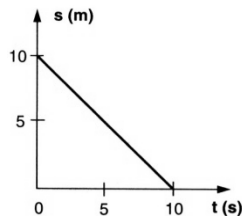
40. (Cessem SP) se estamos dentro de um trem em movimento, verificamos que, quando o mesmo efetua uma curva, aparecem forças que nos empurram para fora da mesma. Da mesma forma, em um avião que está sendo acelerado, somos comprimidos contra o encosto do banco.

São reais estas forças?

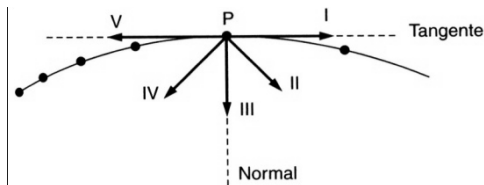
Para um observador dentro do sistema acelerado, a 1ª lei de Newton, para ser válida, necessita de que se introduzam forças imaginárias ou fictícias que estão ligadas à aceleração do sistema de referência. A força centrífuga, por exemplo, é um artifício empregado para corrigir a descrição dinâmica de movimentos em sistemas de referência rotatórios. Em um sistema, em que se verifica a descrição de forças de Newton (sistema inercial), a força centrífuga simplesmente não existe.

Assinale, a seguir, a proposição correta:

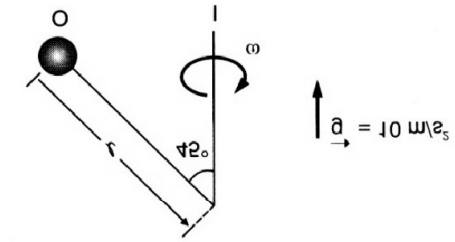
- A força-peso é devida à ação de uma força fictícia.
 - A reação da força centrípeta é a força centrípeta.
 - Um sistema ligado à Terra pode ser considerado rigorosamente inercial.
 - Um sistema de referência, dotado de translação, com velocidade $\vec{V}$ constante em relação a um sistema inercial, é também inercial.
 - Uma pessoa, parada à beira da estrada, observa um carro que entra em uma curva com grande velocidade e derrapa para fora da estrada. É correto este observador dizer que uma força centrífuga atuou sobre o carro, provocando a derrapagem.
41. (FEI SP) O diagrama indicado na figura dá a posição de um móvel em função do tempo. Sabe-se que a massa do móvel é 5 kg e a trajetória descrita é circular de raio 5m.



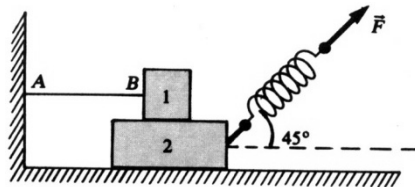
- Qual o módulo da velocidade do móvel?
 - Qual a intensidade da resultante tangencial?
 - Qual a intensidade da resultante centrípeta?
42. (Cesgranrio RJ) A figura mostra a fotografia estroboscópica do movimento de uma partícula. Qual o vetor que melhor pode representar a força resultante na partícula, no ponto P de sua trajetória.



43. (FMABC SP) Um pedaço de borracha é colocado sobre um disco que gira em uma vitrola a 78 rotações por minuto. Quando a distância entre o eixo do disco e o pedaço de borracha é maior que 14 cm , este último permanece parado em relação ao disco. Assumindo que o valor da aceleração da gravidade é 10 m/s^2 , qual é, aproximadamente, o mínimo valor do coeficiente de atrito entre o disco e o pedaço de borracha?
44. (FCMSC SP) Uma esfera (O), de massa igual a $2,0 \text{ kg}$, está presa a um eixo (I) rígido como se representa na figura. Quando a velocidade angular ω for igual a 1 radiano por segundo, o ângulo entre o fio e o eixo é de 45° . Nestas condições qual é o módulo da tração (T), em newtons, no fio?

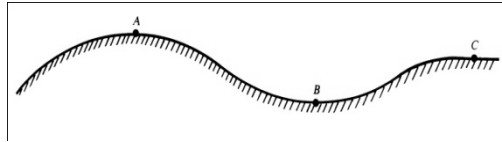


45. (FEI SP) Na figura temos: o fio AB é inextensível e horizontal, a massa do corpo 1 é $m_1 = 5 \text{ kg}$, a massa do corpo 2 é $m_2 = 10 \text{ kg}$, a mola tem constante elástica $k = 1000 \text{ N/m}$, o coeficiente de atrito entre os corpos 1 e 2 e entre o corpo 2 e a pista horizontal é $\mu = 0,1$. Se a mola é deformada de 10 cm , a aceleração adquirida pelo corpo 2 é, em m/s^2 (adotar a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$):



- a) 5,7
- b) 8,0
- c) 5,0
- d) 4,5
- e) nula

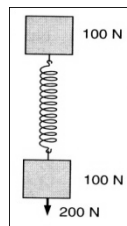
46. (U. Mackenzie SP) A figura representa a seção vertical de um trecho de rodovia. Os raios de curvatura dos pontos A e B são iguais e o trecho que contém o ponto C é horizontal. Um automóvel percorre a rodovia com velocidade escalar constante. Sendo N_A , N_B e N_C a reação normal da rodovia sobre o carro nos pontos A, B e C respectivamente, podemos dizer que:



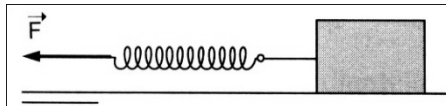
- a) $N_B > N_A > N_C$
 b) $N_B > N_C > N_A$
 c) $N_C > N_B > N_A$
 d) $N_A > N_B > N_C$
 e) $N_A = N_C = N_B$
47. (Osec SP) Um avião descreve um looping num plano vertical, com velocidade de 720 km/h . Para que no ponto mais baixo da trajetória a intensidade da força que o piloto exerce no banco seja o triplo de seu peso, é necessário que o raio do looping seja de ($g = 10 \text{ m/s}^2$):
- a) $0,5 \text{ km}$
 b) $1,0 \text{ km}$
 c) $1,5 \text{ km}$
 d) $2,0 \text{ km}$
 e) $2,5 \text{ km}$
48. (Fatec SP) O conjunto dos blocos representados na figura está sujeito a uma força vertical para baixo, constante, de 200 N . A constante elástica da mola (de massa desprezível) que une os blocos vale 1000 N/m e o movimento do sistema se dá na mesma linha vertical.

Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$

Qual é, em cm , a deformação da mola?



49. (FCMSC SP) Suponhamos a seguinte experiência: um corpo está apoiado sobre um plano horizontal; aplica-se uma força $\vec{F}$ através de uma mola ligada ao mesmo (ver figura)

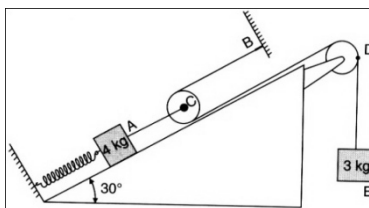


Verifica-se que a mola se distende, mas que o corpo não se desloca devido à existência de atrito. Aumenta-se gradativamente F até que em determinado instante o corpo entra em movimento. Verifica-se, então que a elongação da mola no instante em que se iniciou o movimento é maior do que durante o mesmo. Com base no que se afirmou, foram tiradas as conclusões:

- I. A força de atrito, durante o movimento, é praticamente nula porque a elongação da mola se mantém, em tais condições, constante.
- II. O coeficiente de atrito em repouso é maior do que em movimento.
- III. O coeficiente de atrito é sempre proporcional à força aplicada.

Responda de acordo com a seguinte convenção:

- a) todas as conclusões são incorretas.
 - b) há somente uma conclusão correta.
 - c) há pelo menos duas conclusões corretas.
 - d) a conclusão I é correta, mas II é correta.
 - e) **a, b, c e d** são incorretas.
50. (UFGO) A figura abaixo mostra um bloco A de 4 kg apoiado num plano inclinado de 30° com a horizontal sendo puxado por outro bloco E de 3 kg. O plano inclinado é rugoso e por isso existe uma força de atrito agindo no bloco A. Uma mola de constante elástica $k = 100 \text{ N/m}$ mantém o bloco A em equilíbrio sobre o plano quando encontra-se esticada de 0,3 m



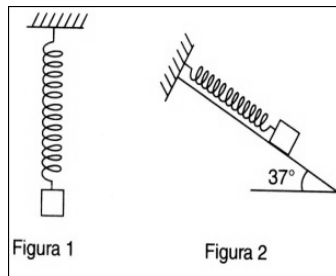
Os fios que chegam à polia C são paralelos ao plano inclinado. Desprezando-se as massas das polias e o atrito nos seus eixos e a massa da mola, e, ainda, considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e os fios leves e flexíveis:

- a) mostre num diagrama, feito na própria figura, as forças que agem nos blocos A e E, e na polia C;
- b) Calcule as trações nos fios AC e BDE e força de atrito no bloco A quando este se encontra em equilíbrio.

51. (Fatec SP) Certa mola, presa a um suporte, sofre alongamento de $8,0 \text{ cm}$ quando se prende à sua extremidade um corpo de peso 12 N , como figura 1. A mesma mola, tendo agora em sua extremidade o peso de 10 N , é fixa ao topo de um plano inclinado de 37° , sem atrito, como na figura 2.

Dados; $\sin 37^\circ = 0,60$

$\cos 37^\circ = 0,80$



Neste caso, o alongamento da mola é, em cm :

- a) $4,0$
 - b) $5,0$
 - c) $6,0$
 - d) $7,0$
 - e) $8,0$
52. (UnB DF) Um certo trecho de uma montanha-russa é aproximadamente um arco de circunferência de raio R . Os ocupante de um carrinho, ao passar por esse trecho, sentem uma sensação de aumento de peso. Avaliam que, no máximo, o seu peso foi triplicado. Desprezando os efeitos de atritos, os ocupantes concluirão que a velocidade máxima atingida foi de:
- a) $\sqrt{3 gR}$
 - b) $3\sqrt{gR}$
 - c) $2\sqrt{gR}$
 - d) $\sqrt{2gR}$
 - e) $\sqrt{gR}$

53. (ITA 1979) Um ponto P de uma roda é obrigatório a descrever uma trajetória circular de raio R , com aceleração $\vec{a}$ de módulo constante. Num dado instante, a direção e o sentido dos vetores aceleração e velocidade são os indicados na Fig.1 abaixo:

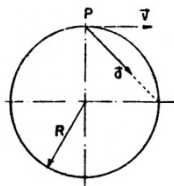


Fig. 1

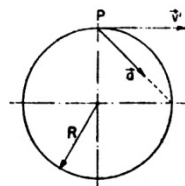


Fig. 2

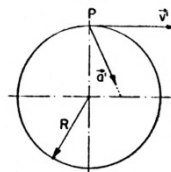
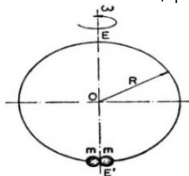


Fig. 3

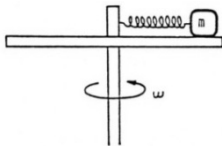
Pode-se, então, afirmar que

- as componentes tangencial e centrípeta de $\vec{a}$, respectivamente, $\vec{a}_T$ e $\vec{a}_C$ são constantes em módulo.
- sendo periódico o movimento, decorrido um período após o instante correspondente à situação da Fig. 1 acima, a nova configuração dos vetores velocidade $\vec{v}'$ e aceleração $\vec{a}$, com $\vec{v}' > \vec{v}$, é a ilustrada na Fig. 2 acima.
- O módulo da aceleração tangencial $\vec{a}_T$, em cada instante, é dado por $a_T = \frac{v^2}{R}$.
- A força que atua na partícula é constante.
- na primeira vez que a partícula torna a passar pela posição inicial, a configuração dos vetores velocidades $\vec{v}$ e aceleração $\vec{a}$ com $\vec{v}' > \vec{v}$, é ilustrada na Fig.3 acima

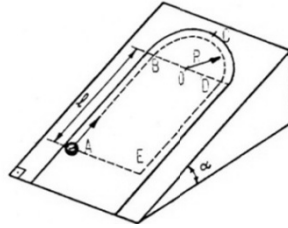
54. (ITA 1979) Um aro metálico circular e duas esferas são acoplados conforme ilustra a figura ao lado. As esferas dispõem de um furo diametral que lhes permite circular pelo aro. O aro começa a girar, a partir do repouso, em torno do diâmetro vertical EE' , que passa entre as esferas, até atingir uma velocidade angular constante ω . Sendo R o raio do aro, m a massa de cada esfera e desprezando-se os atritos, pode-se afirmar que:



- As esferas permanecem na parte inferior do aro porque esta é a posição de mínima energia potencial.
 - As esferas permanecem a distâncias r de EE' tal que, se 2Θ for o ângulo central cujo vértice é o centro do aro e cujos lados passam pelo centro das esferas, na posição de equilíbrio estável, então, $\tan \Theta = \frac{\omega^2 r}{g}$, estando as esferas abaixo do diâmetro horizontal do aro.
 - As esferas permanecem a distâncias r de EE' tal que, se 2Θ for o ângulo central cujo vértice é o centro do aro e cujos lados passam pelo centro das esferas, na posição de equilíbrio estável, então, $\tan \Theta = \frac{\omega^2 r}{g}$, estando as esferas acima do diâmetro horizontal do aro.
 - As alternativas (B) e (C) anteriores estão corretas.
 - A posição de maior estabilidade ocorre quando as esferas estão nos extremos de um mesmo diâmetro.
55. (ITA 1981) A figura ao lado representa uma mesa horizontal muito lisa que gira em torno de um eixo vertical com velocidade angular ω constante. Um objeto de massa m apoiado sobre a mesa gira com a mesma velocidade angular, graças apenas à ação de uma mola de constante elástica K , de massa desprezível, e cujo comprimento é L , quando não solicitada. Podemos afirmar que:
- ω é certamente maior que $(K/m)^{1/2}$
 - se ℓ for desprezível e $\omega = (K/m)^{1/2}$, o objeto pode estar localizado em qualquer ponto da mesa
 - a elongação da mola é $x = K \ell (m \omega^2) - 1$
 - a elongação da mola é proporcional a ω .
 - a aceleração tangencial do objeto é igual a $K \ell m - 1$



56. (ITA 1982) Sobre um plano inclinado de um ângulo α sobre o horizonte fixa-se um trilho $ABCDE$ composto das porções: $AB = DE = \ell$ (na direção do declive do plano inclinado) e da semicircunferência BCD de raio R , à qual AB e ED são tangentes. A partir de A lança-se uma bolinha ao longo de AB , por dentro do trilho. Desprezando todos os atritos e resistências, podemos afirmar que a mínima velocidade inicial que permite que a bolinha descreva toda a semicircunferência BCD é:



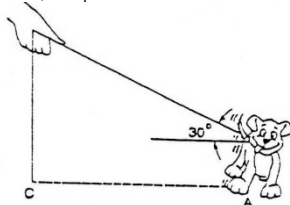
- a) $\sqrt{(3R + 2\ell)g \sin \alpha}$
 b) $\sqrt{2g\ell \sin \alpha}$
 c) qualquer velocidade inicial é suficiente
 d) $\sqrt{(3gR + 2\ell)g \sin \alpha}$
 e) nenhuma. É impossível que a bolinha faça esse percurso.
57. (ITA 1984) Fazendo experiência com uma mola submetida a sucessivos pesos, um estudante registrou os seguintes dados:

Peso (gf)	Deformação (mm)	Peso (gf)	Deformação (mm)
0	0	25	46
5	9	30	55
10	18	35	64
15	27	40	74
20	37		

Nestas condições pode-se afirmar que a dependência entre o peso p em gf e a deformação x em mm é do tipo:

- a) $p = \frac{1}{k}x$ com $k \cong 1,1 \frac{gf}{mm}$
 b) $p = kx$ com $k \cong 0,54 \frac{gf}{mm}$
 c) $p = kx$ com $k \cong 1,1 \frac{gf}{mm}$
 d) $p = kx + b$ com $k \cong 0,27 \frac{gf}{mm}$ e $b \cong 1,0 \text{ gf}$
 e) $p = kx - b$ com $k \cong 0,54 \frac{gf}{mm}$ e $b \cong 1,0 \text{ gf}$

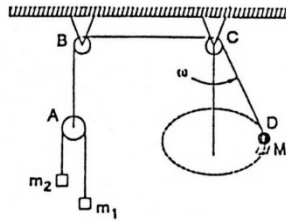
58. (ITA 1985) O cachorrinho da figura tem massa 10 Kg e move-se num terreno horizontal numa trajetória de raio de curvatura $1,0 \text{ m}$. Num dado instante, sua velocidade é de $0,36 \text{ Km/h}$ e ele exerce contra o solo forças de $0,10 \text{ N}$ (dirigida de A para o centro da curvatura C) e de $0,500 \text{ N}$ (tangencial). Sabendo que a mão do dono está na vertical erguida do centro de curvatura, podemos afirmar que a tensão na guia e a aceleração tangencial do cachorrinho valem, respectivamente:



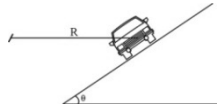
- a) zero e $5,0 \cdot 10^{-3} \text{ ms}^{-2}$
 b) $0,23 \text{ N}$ e $5,0 \cdot 10^{-3} \text{ ms}^{-2}$
 c) 196 N e $5,0 \cdot 10^{-3} \text{ ms}^{-2}$
 d) $0,11 \text{ N}$ e $0,01 \text{ ms}^{-2}$
 e) $0,23 \text{ N}$ e $0,01 \text{ ms}^{-2}$
59. (ITA 1994) Um motociclista trafega numa estrada reta e nivelada atrás de um caminhão de $4,00 \text{ m}$ de largura, perpendicularmente à carroceria. Ambos estão trafegando à velocidade constante de 72 Km/h quando o caminhão se detém instantaneamente, devido a uma colisão. Se o tempo de reação do motociclista for $0,50 \text{ s}$, a que distância mínima ele deverá estar trafegando para evitar o choque apenas com mudança de trajetória? Considere o coeficiente de atrito entre o pneumático e o solo $\mu = 0,80$, aceleração gravitacional $g = 10,0 \text{ m/s}^2$ e que a trajetória original o levaria a colidir-se no meio da carroceria.

a) $19,6 \text{ m}$	c) $69,3 \text{ m}$	e) $14,0 \text{ m}$
b) $79,3 \text{ m}$	d) $24,0 \text{ m}$	

60. (ITA 1994) Um fio tem presa uma massa M numa das extremidades e na outra, uma polia que suporta duas massas; $m_1 = 3,00 \text{ Kg}$ e $m_2 = 1,00 \text{ Kg}$ unidas por um outro fio como mostra a figura. Os fios têm massas desprezíveis e as polias são ideais. Se $\overline{CD} = 0,80m$ e a massa M gira com velocidade angular constante $\omega = 5,00 \text{ rad/s}$ numa trajetória circular em torno do eixo vertical passando por C , observa-se que o trecho ABC do fio permanece imóvel. Considerando a aceleração gravitacional $g = 10,0 \text{ m/s}^2$, a massa M deverá ser:

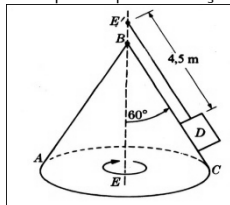


- a) $3,00\text{Kg}$ c) $0,75\text{Kg}$ e) $2,50\text{Kg}$
 b) $4,00\text{Kg}$ d) $1,50\text{Kg}$
61. (ITA 1994) Duas massas, m e M estão unidas uma à outra por meio de uma mola de constante elástica k . Dependurando-as de modo que M fique no extremo inferior o comprimento da mola é L_1 . Invertendo as posições das massas o comprimento da mola passa a ser L_2 . O comprimento L_0 da mola quando não submetido a forças é:
- a) $L_0 = \frac{mL_1 - ML_2}{m - M}$ d) $L_0 = \frac{mL_1 + ML_2}{m + M}$
 b) $L_0 = \frac{ML_1 - mL_2}{m - M}$ e) $L_0 = \frac{ML_1 - mL_2}{m - M}$
 c) $L_0 = \frac{ML_1 + mL_2}{m + M}$
62. (IME 1993) Considere o veículo de massa M percorrendo uma curva inclinada, de ângulo θ , com raio R constante, a uma velocidade V . Supondo que o coeficiente de atrito dos pneus com o solo seja μ , calcule as velocidades mínima e máxima com que este veículo pode percorrer esta curva, sem deslizamento.



63. (Alonso & Finn) Um corpo D com 6 kg de massa está sobre uma superfície cônica ABC, sem atrito, girando em torno do eixo EE' com velocidade angular de 10 rev/min. Calcular:

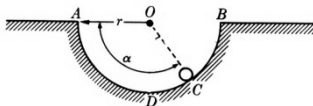
- A velocidade linear do corpo
- A reação da superfície no corpo
- A tensão no fio
- A velocidade angular necessária para que a reação do plano seja zero.



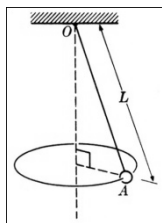
64. (Alonso & Finn) Uma pequena bola de massa m , inicialmente em A, desliza sobre uma superfície circular ADB sem atrito. Demonstre que, quando a bola está no ponto C, a

velocidade angular e a força exercida pela superfície são $\omega = \sqrt{\frac{2g \sin \alpha}{r}}$,

$$F = mg(2 \sin \alpha).$$

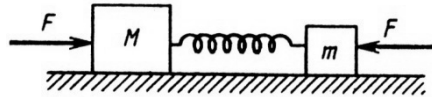


65. (Alonso & Finn) No pêndulo da figura abaixo, a bola descreve uma circunferência horizontal com velocidade angular ω . Calcule a tensão na corda e o ângulo que ela faz com a vertical para o caso em que $M = 12 \text{ kg}$, $L = 1,16 \text{ m}$ e $\omega = 30 \text{ rad. s}^{-1}$

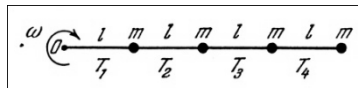


66. (Alonso & Finn) Uma pedra com 0,4 kg de massa está ligada a uma das extremidades de uma corda cujo comprimento é 0,8 m. Se a pedra gira a 80 ver/min em movimento circular horizontal, qual a intensidade da força que a corda exerce na pedra? Se a ruptura da corda ocorre para tensões maiores do que 50 kg, qual a maior velocidade angular possível para a pedra?

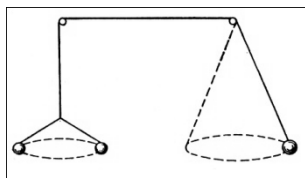
67. (Alonso & Finn) Um pequeno bloco com massa de 1 kg está ligado a uma das extremidades de uma corda cujo comprimento é $0,6 \text{ m}$. O bloco, descrevendo uma circunferência vertical, gira a 60 rpm . Calcule a tensão na corda quando o bloco está:
- No ponto mais alto da circunferência;
 - No ponto mais baixo;
 - Quando a corda está numa posição horizontal;
 - Calcule a velocidade linear que o bloco deve ter no ponto mais alto para que a tensão na corda seja zero.
68. (Alonso & Finn) Um trem percorre uma curva inclinada com velocidade de 63 km.h^{-1} . O raio da curva é de 300 m . Calcule:
- A inclinação que deve ter a curva para que não atuem forças laterais sobre o trem;
 - O ângulo que uma corrente dependurada no teto de um dos carros faz com a vertical.
69. (Alonso & Finn) Uma rodovia tem 8 m de largura. Calcule que diferença de nível deve existir entre as margens externas e internas da rodovia para que um carro possa fazer uma curva com 600 m de raio a 90 km.h^{-1} , sem estar sujeito a forças laterais.
70. (Alonso & Finn) Uma rodovia tem uma curva sem inclinação com um raio de 1000 m . Admita o coeficientes de atrito borracha-asfalto seco igual a $0,75$, borracha-asfalto molhado igual a $0,50$, e borracha-gelo igual a $0,25$. Determine a velocidade máxima para se fazer a curva com segurança em:
- Dias secos
 - Dias chuvosos
 - Dias nevados
- Por que todos esses valores independem da massa do carro?
71. (Saraeva 96) Nos extremos de uma mola foram aderidos dois blocos, cujas massas são M e m ($M > m$). Sob a ação de duas forças iguais a F , que atuam sobre os blocos como se vê na figura abaixo, a mola foi comprimida. Os blocos repousam em uma mesa. Que sucederá, se as forças F deixarem de atuar? O coeficiente de atrito dos blocos com a mesa é igual a k .



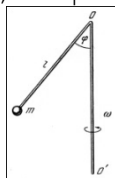
72. (Saraeva 190) Em um fio elástico não flexível, cujo peso pode ser desprezado, estão fixos, como vê-se na figura abaixo, quatro pesos iguais. Todo o sistema gira com velocidade angular ω em redor de um eixo vertical, que passa através do ponto O. Os pesos movimentam-se em uma superfície horizontal lisa. Determinar a tensão do fio nas diferentes partes.



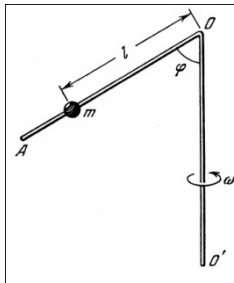
73. (Saraeva 200) Nos extremos de um fio, que passa através de dois pregos, estão fixos e movimentam-se circularmente pesos. À esquerda estão dois pesos de massa m cada um, à direita um peso de massa $2m$. Ficar o sistema em equilíbrio?



74. (Saraeva 203) No eixo de uma máquina centrífuga foi colocado chumbo, ao qual fixou-se uma pequena esfera em um fio de comprimento $\ell = 12,5 \text{ cm}$. Encontrar o ângulo α de inclinação do fio em relação à vertical, sendo que a máquina faz 1 rotação por segundo, 2 rotações por segundo.
75. (Saraeva 204) Uma barra de peso desprezível, dobrada como mostra a figura abaixo, gira com velocidade angular ω relativamente ao eixo OO' . No extremo da barra fixou-se um peso de massa m . Determinar a força, com que a barra atua sobre a massa m .

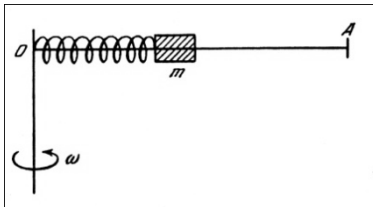


76. (Saraeva 205) Uma barra de peso desprezível AOO' , dobrada como mostra a figura abaixo, gira com velocidade angular ω relativamente ao eixo OO' . Na barra foi colocada uma conta de massa m . Determinar a que distância ℓ do ponto O , a conta ficará em equilíbrio, se o coeficiente de atrito entre a conta e a barra é igual a k .

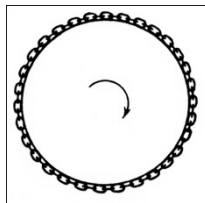


77. (Saraeva 206) Em uma barra vertical, que gira com velocidade angular ω , fixou-se um fio de comprimento ℓ , no extremo do qual encontra-se um peso de massa m . Ao peso, por sua vez, fixou-se um outro fio de mesmo comprimento, que mantém em seu extremo um segundo peso de massa m . Demonstrar que, no movimento de rotação, o ângulo entre o primeiro fio e a vertical será menor que o ângulo entre a vertical e o segundo fio. O peso do fio pode ser desprezado.

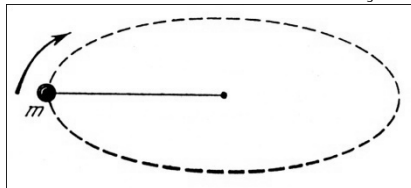
78. (Saraeva 208) Uma barra horizontal reta gira com velocidade angular constante em redor de um eixo vertical. Um corpo pode deslizar pela barra sem fricção. Inicialmente, o corpo é mantido na posição de equilíbrio, através de uma mola. O que ocorrerá com o corpo, se transmitirmos ao mesmo, uma velocidade inicial em redor da barra? O comprimento da mola solta pode ser desprezado.



79. (Saraeva 209) Uma corrente metálica de comprimento $\ell = 62,8 \text{ cm}$, cujos extremos estão unidos, foi colocada em um disco de madeira. O disco gira com uma velocidade $n = 60$ rotações por segundo. Determinar a tensão da corrente T , sendo sua massa $m = 40 \text{ g}$.



80. (Saraeva 212) Uma esfera de massa m , fixada em uma barra leve, gira com velocidade constante v , em um plano horizontal. A energia cinética da esfera em um sistema de coordenadas fixo, relativamente ao eixo de rotação, é constante e igual a $mv^2/2$. Em relação a qual sistema de coordenadas que se move retilmente, em um plano horizontal, com velocidade v em relação ao eixo, a energia cinética varia, no decorrer do tempo, de zero até $4mv^2/2$. Qual é a causa dessa variação da energia?



Coleção **olimpo**

IME ITA

